This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Esta é uma cópia digital de um livro que foi preservado por gerações em prateleiras de bibliotecas até ser cuidadosamente digitalizado pelo Google, como parte de um projeto que visa disponibilizar livros do mundo todo na Internet.

O livro sobreviveu tempo suficiente para que os direitos autorais expirassem e ele se tornasse então parte do domínio público. Um livro de domínio público é aquele que nunca esteve sujeito a direitos autorais ou cujos direitos autorais expiraram. A condição de domínio público de um livro pode variar de país para país. Os livros de domínio público são as nossas portas de acesso ao passado e representam uma grande riqueza histórica, cultural e de conhecimentos, normalmente difíceis de serem descobertos.

As marcas, observações e outras notas nas margens do volume original aparecerão neste arquivo um reflexo da longa jornada pela qual o livro passou: do editor à biblioteca, e finalmente até você.

Diretrizes de uso

O Google se orgulha de realizar parcerias com bibliotecas para digitalizar materiais de domínio público e torná-los amplamente acessíveis. Os livros de domínio público pertencem ao público, e nós meramente os preservamos. No entanto, esse trabalho é dispendioso; sendo assim, para continuar a oferecer este recurso, formulamos algumas etapas visando evitar o abuso por partes comerciais, incluindo o estabelecimento de restrições técnicas nas consultas automatizadas.

Pedimos que você:

- Faça somente uso não comercial dos arquivos.
  A Pesquisa de Livros do Google foi projetada para o uso individual, e nós solicitamos que você use estes arquivos para fins pessoais e não comerciais.

- Evite consultas automatizadas.
  Não envie consultas automatizadas de qualquer espécie ao sistema do Google. Se você estiver realizando pesquisas sobre tradução automática, reconhecimento ótico de caracteres ou outras áreas para as quais o acesso a uma grande quantidade de texto for útil, entre em contato conosco. Incentivamos o uso de materiais de domínio público para esses fins e talvez possamos ajudar.

- Mantenha a atribuição.
  A "marca dágua" que você vê em cada um dos arquivos é essencial para informar as pessoas sobre este projeto e ajudá-las a encontrar outros materiais através da Pesquisa de Livros do Google. Não a remova.

- Mantenha os padrões legais.
  Independentemente do que você usar, tenha em mente que é responsável por garantir que o que está fazendo esteja dentro da lei. Não presuma que, só porque acreditamos que um livro é de domínio público para os usuários dos Estados Unidos, a obra será de domínio público para usuários de outros países. A condição dos direitos autorais de um livro varia de país para país, e nós não podemos oferecer orientação sobre a permissão ou não de determinado uso de um livro em específico. Lembramos que o fato de o livro aparecer na Pesquisa de Livros do Google não significa que ele pode ser usado de qualquer maneira em qualquer lugar do mundo. As conseqüências pela violação de direitos autorais podem ser graves.

Sobre a Pesquisa de Livros do Google

A missão do Google é organizar as informações de todo o mundo e torná-las úteis e acessíveis. A Pesquisa de Livros do Google ajuda os leitores a descobrir livros do mundo todo ao mesmo tempo em que ajuda os autores e editores a alcançar novos públicos. Você pode pesquisar o texto integral deste livro na web, em `http://books.google.com/`

WIDENER LIBRARY
HX Q66B D

Educ 5859.31.5

Harvard College
Library

By Exchange

Educ 5859.31.5

Harvard College
Library

By Exchange

3 11 9951
Port.

ANNUARIO

DA

ACADEMIA POLYTECHNICA

DO

PORTO

ANNUARIO

DA

ACADEMIA POLYTECHNICA

DO

PORTO

ANNO LECTIVO DE 1889-1890

(decimo terceiro anno)

LIBRARY
JUL 28 1890
U. S. BUREAU OF EDUCATION.

34216

PORTO
TYPOGRAPHIA OCCIDENTAL
66, RUA DA FABRICA, 66

1890

Educ R 5859.31.5

HARVARD COLLEGE LIBRARY
BY EXCHANGE FROM THE
LIBRARY OF CONGRESS
Dec 31, 1930

By Transfer
NOV 16 1932

LIBRARY OF CONGRESS
OCT 15 1930
DUPLICATE
EXCHANGED

31-181
3-3

I

Organisação

I

PESSOAL

A—Pessoal do quadro legal da Academia

1. Direcção

Francisco Gomes Teixeira, doutor na faculdade de Mathematica da Universidade de Coimbra, antigo lente da mesma faculdade, socio da Academia Real das Sciencias de Lisboa, etc.

Rua do Costa Cabral, 132.

2. Corpo docente

Francisco de Salles Gomes Cardoso, doutor na faculdade de Philosophia e bacharel na de Mathematica da Universidade de Coimbra, e capitão de mar e guerra.

Mattosinhos—Rua Direita, 20.

Francisco da Silva Cardoso.

Rua da Alegria, 341.

José Joaquim Rodrigues de Freitas, engenheiro civil pela

Academia Polytechnica do Porto, socio correspondente da Academia Real das Sciencias de Lisboa, e deputado ás côrtes.

Rua do Sol, 140.

Conde de Campo Bello, Par do Reino, doutor na faculdade de Philosophia e bacharel na de Mathematica da Universidade de Coimbra, socio correspondente da Academia Real das Sciencias de Lisboa, etc.

Quinta de Campo Bello (Gaya).

Joaquim de Azevedo Souza Vieira da Silva Albuquerque, engenheiro civil pela Academia Polytechnica do Porto, antigo professor do Lyceu Nacional do Porto, etc.

Rua dos Fogueteiros, 1.

Antonio Joaquim Ferreira da Silva, bacharel formado na faculdade de Philosophia da Universidade de Coimbra, director do Laboratorio Municipal de chimica do Porto, etc.

Rua da Alegria, 929.

José Diogo Arroyo, doutor na faculdade de Philosophia da Universidade de Coimbra, lente do Instituto Industrial e Commercial do Porto.

Rua dos Martyres da Liberdade, 189.

Manoel da Terra Pereira Vianna, bacharel formado nas faculdades de Mathematica e de Philosophia da Universidade de Coimbra, engenheiro pela Eschola de Pontes e Estradas de Paris, e lente do Instituto Industrial e Commercial do Porto.

Rua de Santa Catharina, 473.

Wenceslau de Sousa Pereira Lima, doutor na faculdade de Philosophia da Universidade de Coimbra, membro do Conselho Superior de Instrucção Publica, e deputado ás côrtes.

Rua de Cedofeita, 173.

Roberto Rodrigues Mendes, bacharel na faculdade de Mathematica da Universidade de Coimbra, capitão d'engenheria, e lente do Instituto Industrial e Commercial do Porto.

Rua de S. Lazaro, (Hotel America).

Luiz Ignacio Woodhouse, bacharel formado na faculdade de Mathematica da Universidade de Coimbra e lente do Instituto Industrial e Commercial do Porto.

Rua do Breyner, 118.

Manoel Amandio Gonçalves, bacharel formado na faculdade de Philosophia da Universidade de Coimbra.

Rua de Santa Catharina, 681.

Duarte Leite Pereira da Silva, bacharel formado nas faculdades de Mathematica e Philosophia da Universidade de Coimbra.

Rua de S. Lazaro, 118.

Manoel Rodrigues de Miranda Junior, engenheiro civil pela Academia Polytechnica do Porto e lente do Instituto Industrial e Commercial do Porto.

Rua de Cedofeita, 468.

Victorino Teixeira Laranjeira, bacharel formado na facul-

dade de Mathematica da Universidade de Coimbra, tenente d'engenheria e lente do Instituto Industrial e Commercial do Porto.

Praça da Batalha, 37.

Guilherme Antonio Correia, professor do Instituto Industrial e Commercial do Porto, academico de merito da Academia Portuense de Bellas Artes.

Travessa de Cedofeita, 22, B.

Aarão Ferreira de Lacerda, doutor na faculdade de Philosophia da Universidade de Coimbra.

Rua da Alegria, 913.

3. Secretaria

Secretario.—*Bento Vieira Ferraz d'Araujo*, bacharel formado na faculdade de Direito da Universidade de Coimbra.

Avenida da Boa-Vista.

4. Bibliotheca

Bibliothecario.—*Antonio Joaquim de Mesquita Pimentel.*

Largo da Lapa, 12.

5. Jardim Botanico

Guarda, primeiro official do Jardim Botanico.—*Joaquim Casimiro Barbosa*, (interinamente).

Massarellos, 43.

6. Laboratorio Chimico

Guarda-preparador do Laboratorio Chimico.—*Augusto*

Wenceslau da Silva, bacharel formado na faculdade de Philosophia pela Universidade de Coimbra.

Rua Formosa, 325.

7. Gabinete de physica

Guarda-demonstrador de physica experimental. — *Antonio José de Lima*.

Rua do Bomjardim, 290.

8. Empregados subalternos

Guarda-mór.—*Joaquim Filippe Coelho*, no edificio da Academia.

Guarda subalterno. — *José Baptista Mendes Moreira*, Campo Alegre, 173.

Guarda subalterno. — *Francisco Martins Ferreira Borges*, Rua da Ferraria, 139.

Guarda subalterno. — *Antonio Correia da Silva*, no edificio da Academia.

Servente do Laboratorio chimico e do gabinete de Physica. — *Domingos Gomes da Cruz*, Travessa de S. Dyonisio, 99.

Servente da secretaria e porteiro. — *Antonio Teixeira da Costa*, Campo Pequeno, 47.

B—Pessoal não pertencente ao quadro legal

1. Pago pela dotação do expediente e dos estabelecimentos academicos

Amanuense da secretaria.—*Eduardo Lopes*, Travessa de Liceiras, 19.

Hortelão do Jardim Botanico. — *Joaquim José Tavares*, no Jardim.

Servente do Jardim Botanico. — *Alberto Ferreira*, idem.

2. Pagos pela dotação das obras do edificio da Academia e serviço de escripturação e inspecção das mesmas obras

Amanuense da commissão das obras. — *J. Filippe Coelho.*

Guarda apontador das obras. — *Joaquim de Souza Seabra*, rua 9 de julho, 37.

C — Lentes jubilados ou aposentados

Arnaldo Anselmo Ferreira Braga, do conselho de Sua Magestade e bacharel formado nas faculdades de Medicina e Philosophia da Universidade de Coimbra.

Rua do Breyner, 104.

Gustavo Adolpho Gonçalves e Souza, engenheiro civil pela Academia Polytechnica do Porto, director e professor do Instituto Industrial do Porto.

Rua do Principe, 158.

Pedro de Amorim Vianna, bacharel formado na faculdade de Mathematica da Universidade de Coimbra, antigo professor do lyceu nacional de Lisboa.

Em Setubal.

Adriano d'Abreu Cardoso Machado, ministro e secretario d'Estado honorario, do conselho de Sua Magestade, dou-

tor na faculdade de Direito da Universidade de Coimbra, antigo lente substituto ordinario da mesma faculdade, e reitor da Universidade de Coimbra.

Antonio Alexandre Oliveira Lobo, bacharel formado na faculdade de Direito da Universidade de Coimbra.

Rua do Principe, 50.

II

CADEIRAS

1.ª CADEIRA

Geometria analytica; algebra superior; trigonometria espherica.—3 lições semanaes.—Lente proprietario *Luiz Ignacio Woodhouse.*

2.ª CADEIRA

Calculo differencial e integral; calculo das differenças e das variações.—3 lições semanaes.—Lente proprietario *Dr. Francisco Gomes Teixeira.*

3.ª CADEIRA

Mecanica racional; cinematica.—3 lições semanaes. —Lente proprietario *Joaquim d'Azevedo Souza Vieira da Silva Albuquerque.*

4.ª CADEIRA

Geometria descriptiva:—*1.ª parte:*—Geometria descriptiva e projectiva; grapho-estatica.—3 lições semanaes. —*2.ª parte.*—Applicações de geometria descriptiva.—1 lição semanal.—*Vaga.* Rege-a interinamente o lente da 5.ª cadeira.

5.ª CADEIRA

Astronomia e geodesia: —*1.ª parte:* —Astronomia e geodesia.—3 lições semanaes.—*2.ª parte:*—Topographia. —1 lição semanal.—Lente proprietario *Duarte Leite Pereira da Silva.*

6.ª CADEIRA

Physica:—*1.ª parte:* —Physica geral. —3 lições semanaes.—*2.ª parte:*—Physica industrial.—1 lição semanal.—Lente proprietario *Conde de Campo Bello.*

7.ª CADEIRA

Chimica inorganica.—*1.ª parte:*—Chimica inorganica geral.—3 lições semanaes.—*2.ª parte:*—Chimica inorganica industrial. —1 lição semanal. —Lente proprietario *Dr. José Diogo Arroyo.*

8.ª CADEIRA

Chimica organica e analytica: —*1.ª parte:* —Chimica organica geral e biologica.—2 lições semanaes.—*2.ª parte:* —Chimica analytica.—1 lição semanal.—*3.ª parte:*—Chimica organica industrial. —1 lição semanal. —Lente proprietario *Antonio Joaquim Ferreira da Silva.*

9.ª CADEIRA

Mineralogia; paleontologia e geologia. —3 lições semanaes.—Lente proprietario *Dr. Wenceslau de Sousa Pereira Lima.*

10.ª CADEIRA

Botanica:—*1.ª parte:*—Botanica.—3 lições semanaes. —*2.ª parte:*—Botanica industrial. Materias primas de ori-

gem vegetal.—1 lição semanal.—Lente proprietario *Dr. Francisco de Salles Gomes Cardoso.*

11.ª CADEIRA

Zoologia:—*1.ª parte:*—Zoologia.—3 lições semanaes.—*2.ª parte:*—Zoologia industrial. Materias primas de origem animal.—1 lição semanal.—Lente proprietario *Manoel Amandio Gonçalves.*

12.ª CADEIRA

Resistencia dos materiaes e estabilidade das construcções. Materiaes de construcção. Resistencia dos materiaes. Grapho-estatica applicada. Processos geraes de construcção.—3 lições semanaes.—Lente proprietario *Roberto Rodrigues Mendes.*

13.ª CADEIRA

Hydraulica e machinas, curso biennal.—*1.º anno:*—Hydraulica. Machinas em geral. Machinas hydraulicas.—3 lições semanaes.—*2.º anno:*—Thermodynamica; machinas thermicas. Motores electricos. Machinas diversas. Construcção de machinas.—3 lições semanaes.—Lente proprietario *Manoel da Terra Pereira Vianna.*

14.ª CADEIRA

Construcções e vias de communicação, curso biennal.—*1.º anno:*—Edificios. Abastecimento de aguas e esgotos. Hydraulica agricola. Rios e canaes. Portos de mar e pharoes.—3 lições semanaes.—*2.º anno:*—Estradas. Caminhos de ferro. Pontes.—3 lições semanaes.—Lente proprietario *Victorino Teixeira Laranjeira.*

15.ª CADEIRA

Montanistica e docimasia, curso biennal.—*1.º anno.*

—*1.ª parte:*—Docimasia.—1 lição semanal.—*2.ª parte:*—Metallurgia.—2 lições semanaes.—*2.º anno:*—Arte de minas.—3 lições semanaes.—Lente proprietario *Manoel Rodrigues Miranda Junior.*

16.ª CADEIRA

Economia politica. Estatistica. Principios de direito publico, administrativo e commercial. Legislação.—*1.ª parte:*—Economia politica. Estatistica. Principios de direito publico, direito administrativo e commercial.—2 lições semanaes.—*2.ª parte:*—Economia e legislação de obras publicas, de minas e industrial.—1 lição semanal.—*Vaga.*

17.ª CADEIRA

Commercio, curso biennal.—*1.º anno.*—*1.ª parte:*—Calculo commercial. Escripturação em geral e especialmente dos bancos.—2 lições semanaes.—*2.ª parte:*—Contabilidade industrial.—1 lição semanal.—*2.º anno:*—Economia commercial e geographia commercial.—3 lições semanaes.—Lente proprietario *José Joaquim Rodrigues de Freitas.*

18.ª CADEIRA

Desenho.—*1.ª parte:*—Desenho de figura, paizagem e ornato.—3 lições semanaes.—*2.ª parte:*—Desenho de architectura e aguadas.—3 lições semanaes.—*3.ª parte:*—Desenho topographico. Desenho de machinas (esboços á vista acompanhados de cótas, para reduzir a desenho geometrico.—3 lições semanaes.—Lente proprietario *Francisco da Silva Cardoso.*

III

Plano dos estudos dos diversos cursos da Academia Polytechnica

(DECRETO DE 10 DE DEZEMBRO DE 1885)

I — CURSO DE ENGENHEIROS CIVIS DE OBRAS PUBLICAS

1.º ANNO

	N.º de lições semanaes
Geometria analytica; algebra superior; trigonometria espherica	3
Chimica inorganica geral	3
Desenho	3
Exercicios de mathematica.	
Chimica prática.	

2.º ANNO

Calculo differencial e integral; calculo das differenças e das variações	3
Physica geral	3
Chimica analytica	1
Desenho	3
Exercicios de mathematica.	
Physica prática.	
Chimica prática.	

3.º ANNO

Mechanica racional; cinematica	3
Geometria descriptiva I	3
Economia politica. Estatistica. Principios de direito publico e direito administrativo	2
Desenho	3
Exercicios de geometria descriptiva I.	

4.º ANNO

	N.º de lições semanaes
Astronomia e geodesia	3
Geometria descriptiva II	1
Mineralogia; paleontologia e geologia	3
Botanica geral	3
Exercicios de geometria descriptiva II.	
Mineralogia prática	
Excursões geologicas.	

5.º ANNO

Topographia	1
Resistencia dos materiaes e estabilidade das construcções	3
Hydraulica e machinas I ou II	3
Construcções I ou II	3
Projectos de construcções.	
Projectos de hydraulica e machinas I ou II.	
Exercicios práticos de topographia.	
Missões.	

6.º ANNO

Hydraulica e machinas I ou II	3
Construcções II ou I	3
Economia e legislação de obras publicas, de minas e industrial	1
Projectos de construcções II ou I.	
Projectos de machinas II ou I.	
Missões.	

II — CURSO DE ENGENHEIROS CIVIS DE MINAS

1.º ANNO

Geometria analytica; algebra superior; trigonometria espherica	3
Chimica inorganica geral	3

	N.º de lições semanaes
Desenho	3
Exercicios de mathematica.	
Chimica prática.	

2.º ANNO

Calculo differencial e integral; calculo das differenças e das variações	3
Physica geral	3
Chimica analytica	1
Desenho	3
Exercicios de mathematica.	
Physica prática.	
Chimica prática.	

3.º ANNO

Mecanica racional; cinematica	3
Geometria descriptiva I	3
Economia politica. Estatistica. Principios de direito publico e direito administrativo	2
Desenho	3
Exercicios de geometria descriptiva I.	

4.º ANNO

Astronomia e geodesia	3
Geometria descriptiva II	1
Mineralogia; paleontologia e geologia	3
Botanica geral	3
Exercicios de geometria descriptiva II.	
Mineralogia prática.	
Excursões geologicas.	

5.º ANNO

Topographia	1
Resistencia dos materiaes e estabilidade das construcções	3

	N.º de lições semanaes
Hydraulica e machinas I ou II	3
Montanistica e docimasia I ou II	3
Projectos de hydraulica e machinas.	
Projectos de arte de minas.	
Exercicios praticos de topographia.	
Missões.	

6.º ANNO

Hydraulica e machinas II ou I	3
Montanistica e docimasia II ou I	3
Economia e legislação de obras publicas, de minas e industrial	1
Projectos de machinas e de montanistica.	
Exercicios de docimasia.	
Missões.	

III — CURSO DE ENGENHEIROS CIVIS INDUSTRIAES

1.º ANNO

Geometria analytica; algebra superior; trigonometria espherica	3
Chimica inorganica geral	3
Desenho	3
Exercicios de mathematica.	
Chimica prática.	

2.º ANNO

Calculo differencial e integral; calculo das differenças e das variações	3
Physica geral	3
Chimica analytica	1
Desenho	3
Exercicios de mathematica.	
Physica prática.	
Chimica prática.	

3.º ANNO

	N.º de lições semanaes
Mecanica racional; cinematica	3
Geometria descriptiva	3
Chimica organica e biologica	3
Economia politica. Estatistica. Principios de direito publico e direito administrativo.	2
Desenho	3
Exercicios de geometria descriptiva I.	
Chimica prática.	

4.º ANNO

Geometria descriptiva II	1
Mineralogia; paleontologia e geologia	3
Botanica geral	3
Exercicios de geometria descriptiva II.	
Mineralogia prática.	
Excursões geologicas.	

5.º ANNO

Resistencia dos materiaes e estabilidade das construcções	3
Hydraulica e machinas I ou II	3
Botanica industrial. Materias primas de origem vegetal.	1
Contabilidade industrial (n'este anno ou no 6.º) . .	1
Projectos relativos a machinas e a chimica industrial.	
Missões.	

6.º ANNO

Hydraulica e machinas II ou I	3
Chimica organica industrial	1
Physica industrial	1
Zoologia industrial. Materias primas de origem animal.	1
Economia e legislação de obras publicas, de minas e industrial	1
Contabilidade industrial (n'este anno ou no 5.º) . .	1

N.º de lições semanaes

Projectos relativos a machinas, e a physica e chimica industrial.
Missões.

IV — CURSO DE COMMERCIO

1.º ANNO

Physica geral	3
Chimica inorganica geral	3
Physica prática, especialmente trabalho com o microscopio.	
Chimica prática.	

2.º ANNO

Commercio I ou II	3
Botanica industrial. Materias primas de origem vegetal.	1
Chimica analytica	1
Chimica prática.	

3.º ANNO

Commercio II ou I	3
Economia politica. Estatistica. Principios de direito publico, direito administrativo e commercial . . .	2
Zoologia industrial. Materias primas de origem animal.	1
Analyse chimica commercial	1

V — CURSO PREPARATORIO PARA A ESCOLA DO EXERCITO

a. Para officiaes de estado maior e de engenheria militar; e para engenheria civil.

1.º ANNO

Geometria analytica; algebra superior; trigonometria espherica	3
Chimica inorganica geral	3

	N.º de lições semanaes
Desenho	3
Exercicios de mathematica.	
Chimica prática.	

2.º ANNO

Calculo differencial e integral; calculo das differenças e das variações	3
Physica geral	3
Chimica analytica	1
Desenho	3
Exercicios de mathematica.	
Physica prática.	
Chimica prática.	

3.º ANNO

Mecanica racional; cinematica	3
Geometria descriptiva I	3
Economia politica. Estatistica. Principios de direito publico e direito administrativo	2
Desenho	3
Exercicios de geometria descriptiva I.	

4.º ANNO

Astronomia e geodesia	3
Geometria descriptiva II	1
Mineralogia; paleontologia e geologia	3
Botanica geral	3
Exercicios de geometria descriptiva II.	
Mineralogia prática.	
Excursões geologicas.	

b. Para officiaes de artilheria.

1.º ANNO

Geometria analytica; algebra superior; trigonometria espherica	3

	N.º de lições semanaes
Chimica inorganica geral	3
Desenho	3

Exercicios de mathematica.
Chimica prática.

2.º ANNO

Calculo differencial e integral; calculo das differenças e das variações.	3
Physica geral	3
Chimica analytica	1
Desenho	3

Exercicios de mathematica.
Physica prática.
Chimica prática.

3.º ANNO

Mecanica racional; cinematica	3
Geometria descriptiva I	3
Economia politica. Estatistica. Principios de direito publico e direito administrativo	2
Desenho	3

Exercicios de geometria descriptiva.

VI — CURSO PREPARATORIO PARA A ESCOLA NAVAL

a. Para officiaes de marinha.

Geometria analytica; algebra superior; trigonometria espherica	3
Physica geral	3

Exercicios de mathematica.
Physica prática.

b. Para engenheiros constructores navaes.

1.º ANNO

Geometria analytica; algebra superior; trigonometria espherica	3

	N.º de lições semanaes
Chimica inorganica geral	3
Desenho	3
Exercicios de mathematica.	
Chimica prática.	

2.º ANNO

Calculo differencial e integral; calculo das differenças e das variações	3
Geometria descriptiva I	3
Physica geral	3
Desenho	3
Exercicios de geometria descriptiva I.	
Physica geral.	

3.º ANNO

Mecanica racional; cinematica	3
Botanica geral	3
Desenho	3

VII — CURSO PREPARATORIO PARA AS ESCOLAS MEDICO-CIRURGICAS

Physica geral. Physica prática	3
Chimica inorganica geral. Chimica prática . . .	3
Chimica organica, biologica e analytica. Chimica prática	3
Zoologia geral	3
Botanica geral	3

VIII — CURSO PREPARATORIO PARA A ESCOLA DE PHARMACIA NAS ESCOLAS MEDICO-CIRURGICAS

Chimica inorganica geral. Chimica prática . . .	3
Chimica organica, biologica e analytica. Chimica prática	3
Botanica geral	3

Condições da admissão dos alumnos

Para a matricula na Academia Polytechnica do Porto é necessario a apresentação das certidões d'approvação em todas as disciplinas de 1.ª, 2.ª e 3.ª classe (secção de sciencias) do curso dos lyceus, e certidão d'approvação em desenho.

A matricula é requerida ao director. O requerimento deve ser feito em papel sellado, datado, assignado e documentado nos termos acima referidos, declarando-se n'elle a naturalidade (freguezia e concelho), filiação paterna, idade do requerente e os cursos ou cadeiras em que pretende matricular-se.

Os estudantes admittidos á matricula têm de apresentar no acto da assignatura da mesma a guia do pagamento da propina de 16$602 reis, feito no cofre central do districto do Porto.

Os alumnos militares que pretendam frequentar os cursos preparatorios para a Escóla do Exercito, precisam requerer ao Ministerio da Guerra a respectiva licença.

Dias e horas das aulas e dos exercicios

1.ª *Cadeira*—aula, 2.as, 4.as e 6.as; das 12 ás 2 horas.
2.ª *Cadeira*—aula, 2.as, 4.as e 6.as; das 12 ás 2 horas.
3.ª *Cadeira*—aula, 3.as, 5.as e sabbados; das 12 ás 2 horas.
4.ª *Cadeira*—1.ª parte—aula, 2.as, 4.as e 6.as; das 2 ás 4 horas.
—2.ª parte—aula, 3.as; das 10 ás 12 horas.
—exercicios, 4.as e sabbados; das 10 ás 12 horas.
5.ª *Cadeira*—1.ª parte—aula, 3.as, 5.as e sabbados; das 2 ás 4 horas.

—2.ª parte—aula, 2.as; das 10 ás 12.

6.ª *Cadeira*—aula, *1.ª turma*. 3.as, 5.as e sabbados; das 12 ás 2 horas. *2.ª turma*, 3.as, 5.as e sabbados; das 2 ás 4 horas.

7.ª *Cadeira*—1.ª parte—aula, *1.ª turma*, 3.as, 5.as e sabbados; das 12 ás 2 horas. *2.ª turma*, 2.as, 4.as e 6.as; das 10 ás 12 horas.

—2.ª parte—aula, 4.as; das 10 ás 12.

8.ª *Cadeira*—1.ª e 2.ª parte—aula, 3.as, 5.as e sabbados; das 8 ás 10 horas.

—2.ª parte—aula, 2.as; das 8 ás 10 horas.

—3.ª parte—aula, 4.as; das 8 ás 10 horas.

9.ª *Cadeira*—aula, 3.as, 5.as e sabbados; das 12 ás 2 horas.

10.ª *Cadeira*—aula, 2.as, 4.as e 6.as; das 12 ás 2 horas.

11.ª *Cadeira*—aula, 2.as, 4.as e 6.as; das 2 ás 4 horas.

12.ª *Cadeira*—aula, 2.as, 4.as e 6.as; das 2 ás 4 horas.

—exercicios, 3.as, 4.as e 5.as; das 10 ás 12 horas.

13.ª *Cadeira*—aula, 3.as, 5.as e sabbados; das 2 ás 4 horas.

—exercicios, 3.as, 4.as e 5.as; das 10 ás 12 horas.

14.ª *Cadeira*—aula, 3.as, 5.as, sabbados; das 12 ás 2 horas.

—exercicios, 3.as, 4.as e 5.as; das 10 ás 12 horas.

15.ª *Cadeira*—aula, 2.as, 4.as e 6.as; das 12 ás 2 horas.

—exercicios, 6.as; das 10 ás 12 horas.

16.ª *Cadeira*—1.ª parte—aula, 3.as e 5.as; das 10 ás 12 horas.

—2.ª parte—aula, sabbado; das 10 ás 12 horas.

17.ª *Cadeira*—aula, 3.as, 5.as e sabbados; das 10 ás 12 horas.

18.ª *Cadeira*—1.ª turma—aula, 2.as, 4.as e 6.as; das 10 ás 12 horas.

—2.ª turma—aula, 3.as, 5.as e sabbados; das 10 ás 12 horas.

IV

Livros que servem de texto e aconselhados para consulta nas diversas cadeiras, no anno lectivo de 1889-1890

1.ª Cadeira—*Gomes Teixeira (F.):* Curso d'analyse (Introducção). Porto, 1887.

Carnoy; Curso de geometria analytica.

2.ª Cadeira—*Gomes Teixeira (F.):* Curso d'analyse. Porto, 1887.

Castro Freire e Sousa Pinto: Elementos de calculo differencial e integral—Coimbra.

3.ª Cadeira—*Albuquerque (J. A.):* Lições de mecanica racional.—I parte: Phoronomia. II parte: Estatica. Porto, 1888.

5.ª Cadeira—*Faye (H.):* Cours d'astronomie. 2 vol. Paris, 1881-1883.

Habets: Topographie.

Calheiros: Apontamentos de geodesia.

6.ª Cadeira—*Jamin (J.):* Petit traité de physique. 1 vol. Paris, 1882.

Ganot (A.): Traité élémentaire de physique. 19 edit. Paris, 1884.

7.ª e 8.ª Cadeiras—Agenda du chimiste. Paris, ultima edição.

Lapa (J. I. F.): Technologia rural. 3 vol. Lisboa, 2.ª e 3.ª edição.

Payen (A.): Précis de chimie industrielle. 6.ª ed. 2 t. in-8.° et atlas. Paris, 1877-78.

Ferreira da Silva (A. J.): Tratado de chimica elementar. 1 v. Porto, 1883-89.

Naquet et *Hanriot:* Principes élémentaires de chimie.

9.ª Cadeira—*Lapparent (A. de):* Cours de minéralogie. 1 vol. in-8.° Paris, 1884.

Gonçalves Guimarães (Dr. A. J.): Tratado elementar de mineralogia. Porto, 1883. 1 vol. in-8.°

10.ª Cadeira—*Lanessan (J. L. de)* Manuel d'histoire naturelle t. 1.er

Maout e *Decaisne*: Flore des jardins e des champs.

Henriques (J. A.): Terminologia botanica.

11.ª Cadeira—*Claus (C.):* Elements de zoologie. Paris, 1889.

Foster e Balfour: Elements de embryologie. Paris.

Topinard: Anthropologie.

12.ª Cadeira—*Flamant*: Stabilité des constructions et résistance des matériaux. 1886. (Baudry).

13.ª Cadeira—*Goupillière*: Cours de machines. Paris, 1886.

14.ª Cadeira—*Durand Claye* (et *Marx*): Routes et chemins vicinaux.

Debauve: Manuel de l'ingénieur des ponts et chaussées.

15.ª Cadeira—*Balling*: Manuel pratique de l'art de l'essayeur.

Gruner: Traité de metallurgie.

16.ª Cadeira—*Rodrigues de Freitas* (*J. J.*): Principios de economia politica.

Codigo administrativo.

Codigo Commercial Portuguez.

17.ª Cadeira—*Léfévre*: La comptabilité.

Pereire: Tables de l'intéret composé des annuités et des rents viagères.

Estabelecimentos da Academia

I.—Bibliotheca

1.—Sobre a historia e desenvolvimento d'este estabelecimento veja-se:

Memoria historica da Academia Polytechnica do Porto, pelo conselheiro Adriano d'Abreu Cardoso Machado, no *Annuario* de 1877-1878, pag. 206, 208-210, 225 e 226.

Catalogo da Bibliotheca da Academia Polytechnica do Porto: 1.ª parte. Catalogo dos livros de Mathematica e de Philosophia natural. Porto, 1883; *Annuario* de 1878-1879, pag. 29-37; *Annuario* de 1879-1880, pag. 33 a 41; *Annuario* de 1880-1881, pag. 45-53; *Annuario* de 1881-1882, pag. 55-82; *Annuario* de 1882-1883, pag. 167-195; *Annuario* de 1883-1884, pag. 101-116; *Annuario* de 1884-1885, pag. 48-57; *Annuario* de 1886-1887, pag. 48-60.

II.—Gabinetes de historia natural

1.—Sobre estes gabinetes veja-se: *Annuarios* de 1878-1879, pag. 39-41, de 1886-1887, pag. 60 e de 1888-89, pag. 38.

III.—Gabinete de physica

Sobre este gabinete veja-se o *Annuario* de 1884-1885, pag. 57.

IV.—Laboratorio chimico

1.—Sobre este laboratorio veja-se: *Annuarios* de 1878-1879, pag. 45-54, de 1879-1880, pag. 47-57, de

1880-1881, pag. 56-57, de 1881-1882, pag. 83-97, de 1882-1883, pag. 143-162, de 1883-1884, pag. 117-203, de 1884-1885, pag. 58-59, de 1886-1887, pag. 61-65 e de 1888-1889, pag. 54.

V. — Jardim Botanico

1.—Sobre este jardim veja-se: *Annuarios* de 1877-1878, pag. 28-40, de 1878-1879, pag. 51-56, de 1879-1880, pag. 44-45 e 230, de 1880-1881, pag. 56-57, de 1881-1882, pag. 99-113, de 1882-1883, pag. 136-142, de 1883-1884, pag. 203-247.

VI. — Collecções de instrumentos astronomicos, geodesicos e topographicos

1.—Veja-se a *Memoria historica* do conselheiro Adriano Machado, já citada, *Annuarios* de 1877-1878, pag. 207 e 223, de 1886-1887, pag. 66 e de 1888-1889, pag. 55-56.

VII. — Gabinete de Cinematica (Systema Reuleaux)

1.—Sobre este gabinete veja-se: *Annuarios* de 1878-1879, pag. 59, de 1881-1882, pag. 115-120, de 1884-1885, pag. 61 e 62, de 1886-1887, pag. 66-67 e de 1888-1889, pag. 56-60.

2.—Modêlos cinematicos adquiridos no anno lectivo anterior:

NUMERAÇÃO geral	NUMERAÇÃO de classe	DESIGNAÇÃO DOS MODÊLOS	FORMULAS
		P) *Conjugações articuladas*	
84	1	Conjugações de charneira em cruz (*chave de Hook*), mudavel de modo a poder-se tornar em conjugação recta ou obliqua	$(C_3 \perp C<)^a$
85	2	Dupla conjugação de charneira em cruz mudavel no espaço.....	$2\,(C_3 \perp C<)^a$
86	3	Conjugação de Clemens, simplificado por Reuleaux.....	$(C_4 \perp C_2<)^a$
87	4	Modelo fundamental para a conjugação de Clemens; com o qual se demonstra que a conjugação de Clemens póde formar-se de duas charneiras obliquas em cruz, construida em cadeia	$(C_2 \perp C_2<)$
88	5	Modelo auxiliar para o n.º 4, construido em cadeia.....	$(C_4 \perp C_2<)$

VIII.—Gabinete de Construcções

Vide *Annuario* de 1888-1889, pag. 60.

IX.—Gabinete de Machinas

Vide *Annuario* de 1888-1889, pag. 60.

II

Programmas

II

PROGRAMMAS

I Cadeira — Geometria analytica e algebra superior

Lente *L. I. Woodhouse*. Seis horas semanaes

(Vide Annuario da Academia Polytechnica do Porto de 1887-1888).

II Cadeira — Calculo differencial e integral; calculo das differenças e das variações

Lente *F. Gomes Teixeira*. Seis horas semanaes

Na exposição das doutrinas que são comprehendidas n'esta cadeira, o respectivo lente segue os **Fragmentos de um curso de analyse infinitesimal**, que são publicados n'este *Annuario* e de que elle é auctor.

III Cadeira — Mecanica racional e cinematica

Lente *J. A. Albuquerque*. Seis horas semanaes

I — MECANICA RACIONAL

* Noção de movimento e de força: objecto da mecanica; distincção entre mecanica racional e mecanica physica. Divisão da mecanica racional em Phoronomia, Estatica e Dynamica. Representação ideal dos corpos em mecanica racional; ponto material e systema material.

* Caracter vectorial das grandezas em mecanica. Noções de geometria de systemas de vectores como propedeutica da mecanica moderna.

O signal * designa a parte vaga no exame final.

A. — PHORONOMIA

a) MOVIMENTO ABSOLUTO

1) Phoronomia do ponto material *

Objecto da Phoronomia; correlação entre esta sciencia e a geometria. Movimento absoluto e relativa. A fluxão das grandezas: noção geral de velocidade.

Theoria da velocidade

Equação do movimento do ponto sobre a trajectoria. Movimento uniforme e variado, rectilineo e curvilineo. Velocidade linear. Representação graphica da lei do movimento: curva dos espaços e das velocidades. Importancia da representação graphica do movimento como methodo de investigação das leis naturaes.

Decomposição do movimento: a simultaneidade de movimentos como pura concepção. Expressão do movimento de um ponto pelo de tres movimentos rectilineos coordenados: equações finitas do movimento. Composição de velocidades simultaneas de um ponto; parallelogrammo, parallelipipedo e, geralmente, polygono das velocidades. Movimento de um ponto em relação a um polo fixo; movimento areolar no plano e no espaço; movimento angular, movimento de circulação, e de resvalamento; velocidades respectivas. Propriedades projectivas do movimento de um ponto.

Applicações: projecção de um movimento circular e uniforme sobre um diametro—principaes propriedades da velocidade de um planeta no seu movimento ao redor do sol—methodo de Roberval para o traçado das tangentes ás curvas: exemplifica-se o methodo na espira de Archimedes, na conchoide, na quadratriz, nas conicas e na cycloide.

Theoria da acceleração

Incremento geometrico da velocidade; acceleração total; sua decomposição natural em acceleração tangencial e centripeta. Interpretação geometrica da acceleração total. Propriedades projectivas da acceleração total. Desvio elementar: importancia da sua consideração; expressão da acceleração no desvio. Equações differenciaes do movimento. Conhecimento que a consideração simultanea das noções de velocidade e acceleração dá do movimento de um ponto. Hodrographo. — Decomposição da acceleração total segundo o raio vector e a perpendicular a este raio n'um movimento plano. Exemplos: movimento elliptico areolar uniforme com o polo no centro da ellipse; movimento kepleriano.

2) Phoronomia dos solidos ou systemas invariaveis

Simplificações que ao estudo do movimento de um solido dá a hypothese da invariabilidade da fórma. Movimento elementar de um solido. As especies mais simples do movimento elementar de um solido: movimento de translação e de rotação; suas propriedades geometricas e phoronomicas. Representação da rotação por um vector.

Figuras planas

Movimento de uma figura plana no seu plano: deslocação finita: deslocação infinitamente pequena; centro ou polo instantaneo de rotação; determinação do polo pelo conhecimento das direcções das velocidades contemporaneas de dois pontos; situação do polo no infinito. Movimento continuo da figura plana; trajectorias polares; sua reciprocidade; sua determinação por pontos; movimento epicycloidal plano. Problema inverso das epicycloides.

Applicação ao movimento de uma recta de comprimento constante, cujos extremos são dirigidos pelos lados de um angulo: circulos de Cardan.

Exemplo de Reuleaux do *fuso plano no triangulo* (Gleichseitiges Bogenzweieck im Dreieck).

Movimento de uma figura plana no espaço; deslocação infinitamente pequena; fóco do plano; caracteristica; propriedades do fóco e da caracteristica. Caso em que a caracteristica passa ao infinito. Rectas conjugadas

Figuras esphericas

Movimento de uma figura espherica na sua esphera; deslocação finita; deslocação infinitamente pequena; polo e eixo instantaneo de rotação; sua determinação. Movimento continuo da figura espherica: trajectorias polares esphericas; reducção do movimento da figura ao de rolamento das trajectorias polares esphericas; movimento epicycloidal espherico.

Solidos

Movimento de um solido cujos pontos se deslocam parallelamente a um plano fixo; sua reducção ao de uma figura plana no seu plano; rolamento cylindrico.

Movimento de um solido ao redor de um ponto fixo: sua reducção ao de uma figura espherica na sua esphera; theorema de Poinsot: rolamento conico. Relação que liga a velocidade angular ao redor do eixo instantaneo,

a velocidade angular d'este eixo descrevendo as duas superficies conicas, e os raios de curvatura d'ellas. Applicação á rotação diurna. Solução analytica; expressão em determinantes das componentes da velocidade linear de um ponto do solido (Euler).

Movimento o mais geral de um solido livre no espaço: deslocação finita; reducção a uma translação e rotação; infinidade de combinações de dois movimentos do mesmo genero; quantidades que permanecem constantes em todos os systemas d'essas combinações; systema notavel em que a translação é parallela ao eixo da rotação, seu estado unico: movimento helicoidal; eixo de rotação e de resvalamento, sua construcção — deslocação infinitesimal; eixo instantaneo de rotação e de resvalamento; determinação da velocidade do movimento helicoidal. Movimento continuo: imagem de Poinsot; imperfeição d'esta representação. Axoides: imagem de Poncelet. Superficies e contornos complementares dos axoides: theorema de Reuleaux que reduz o movimento mais geral de um solido ao rolamento de duas curvas.

b) MOVIMENTO RELATIVO

1) Movimento relativo de um ponto material

Relação entre a velocidade absoluta, relativa e de arrastamento. Casos de movimento relativo em que o movimento de arrastamento é uma translação simples, uma rotação simples; exemplifica-se no movimento apparente do sol e no movimento diurno dos astros. Relação entre a acceleração absoluta, relativa, de arrastamento e complementar: theorema de Coriolis, sua demonstração geometrica e analytica. Expressão em determinantes das componentes da acceleração complementar. Exemplos da applicação do theorema de Coriolis: acceleração de um ponto referido a coordenadas rectilineas, e polares.

2) Movimentos elementares compostos ou relativos de um solido

Composição de translações. Composição de rotações: 1.º ao redor de eixos parallelos: binario de rotações—2.º ao redor de eixos convergentes. Composição de translações e rotações.

Expressão analytica da deslocação elementar de um ponto do solido em funcção de seis parametros que definem o movimento mais geral do solido.

Determinação analytica do *eixo central do movimento*.

Applicação da theoria da composição das rotações á dedução das for-

mulas que exprimem as componentes da rotação instantanea nas velocidades de *nutação, precessão* e *rotação propria* do solido.

Acceleração angular: componentes segundo o eixo instantaneo e a normal a este eixo. Projecções sobre tres eixos rectangulares fixos da acceleração angular total; que o theorema subsiste no caso dos eixos coordenados serem levados pelo movimento de rotação. Expressão em determinantes das componentes da acceleração de um ponto do solido devido á acceleração angular.

Acceleração no movimento dos solidos: *a)* acceleração no movimento de um solido parallelamente a um plano, ou acceleração no movimento de uma figura plana no seu plano: logar geometrico dos pontos materiaes em que a acceleração normal é nulla (circumferencia das inflexões); logar geometrico dos pontos materiaes em que a acceleração tangencial é nulla; centro das accelerações; centro *geometrico* das accelerações; circumferencia das reversões. Theorema e construcção de Savary; *b)* acceleração no movimento de um solido ao redor de um ponto fixo; *c)* acceleração no movimento geral de um solido: theorema de Rivals; expressão analytica d'este theorema.

De algumas particularidades que o movimento relativo de duas superficies solidas em contacto pódem apresentar.

Passagem da phoronomia á estatica e dynamica *

Principios fundamentaes da mecanica racional, considerados como factos primarios da constituição cosmica: I Principio da persistencia — II Principio da coexistencia — III Principio da mutualidade de acção.

As forças comparadas aos seus effeitos: noção de massa. Avaliação numerica das massas pelos pesos. Representação das forças por vectores.

Como a noção de massa opera a passagem dos theoremas e construcções da phoronomia para a dynamica: composição das forças applicadas a um mesmo ponto material; projecção das forças; decomposição de uma força applicada a um ponto material em força tangencial e normal á trajectoria do ponto; theorema de Coriolis em dynamica; força de inercia de arrastamento, força centrifuga composta.

Noção do trabalho das forças; alta importancia da noção do trabalho, tirada da sciencia economica, em vista da industria do homem e da grande industria da Natureza. Unidades de trabalho. Trabalho elementar de uma força: dois aspectos differentes de o considerar. Expressão do trabalho elementar de uma força emanante de um ponto fixo.

Trabalho virtual: importancia d'esta concepção como artificio de raciocinio. Theorema que liga o trabalho elementar da força resultante ao das forças componentes; theorema que liga o trabalho elementar de uma força relativo a uma deslocação qualquer aos trabalhos da mesma força re-

lativos ás deslocações componentes d'aquella. Expressão do trabalho elementar de uma força em coordenadas rectangulares. Noção de momento de uma força em relação a um ponto, a um eixo e a um plano. Representação do momento por uma area plana; representação do momento por um vectore: eixo do momento. Theorema do trabalho elementar de uma força na rotação do ponto de applicação da força ao redor do eixo. Determinantes que exprimem os momentos de uma força relativamente a tres eixos rectangulares. Modificações que soffrem estes determinantes devidas a uma translação dos eixos coordenados. Expressão do momento de uma força relativamente a um eixo dado de posição em funcção d'aquelles determinantes. Theorema de Varignon. Expressões dos momentos d'uma força relativamente a eixos obliquos. Relação entre os momentos de uma força relativamente a um feixe de rectas que se crusam no mesmo ponto.

B. — ESTATICA

1) Estatica do ponto material *

Definição do equilibrio. Independencia das condições estaticas das forças e do estado de quietação ou de movimento do ponto material. Equações geraes do equilibrio de um ponto livre. Reducção das tres equações do equilibrio a uma unica equação, por meio do trabalho virtual. Equilibrio de um ponto obrigado a uma curva ou superficie; reacção normal da curva e da superficie; reducção d'este equilibrio ao do ponto livre. Dois methodos para o estabelecimento das equações de equilibrio: 1.º methodo do trabalho virtual; 2.º methodo das reacções. Equilibrio relativo de um ponto livre: applicação a um ponto pesado á superficie da terra; peso do ponto material.

2) Estatica dos systemas materiaes

Noções sobre a constituição dos systemas naturaes; distincção de forças interiores e exteriores. Hypothese da continuidade da materia nos corpos. Densidade. Pressão n'um elemento dos systemas materiaes; isotropismo. Systemas obrigados a ligações: systemas invariaveis.

Equilibrio dos systemas obrigados a ligações (*principio das velocidades virtuaes*): reducção do systema ao de pontos livres. Theorema de Tschirnhausen servindo de lemma para obter a expressão do trabalho das forças de ligação. Annullação d'este trabalho para deslocações virtuaes compativeis com as ligações. Methodo de Lagrange para o estabelecimento analytico das equações geraes do equilibrio; sua importancia.

Exemplos.

* Equilibrio dos systemas invariaveis; applicação do *principio das velocidades virtuaes* aos systemas invariaveis — 1.° caso em que o systema é livre: as seis equações necessarias e sufficientes que definem o equilibrio. Reducção do numero das equações de equilibrio em casos especiaes das forças applicadas: *a*) forças convergentes a um mesmo ponto; *b*) forças parallelas a um plano, a uma recta; *c*) forças situadas no mesmo plano. — 2.° caso em que o systema está obrigado a um ponto fixo, a um eixo fixo, ou a um plano fixo com o qual deve estar em contacto por um numero determinado de pontos; equações da reacção do ponto, do eixo, ou do plano. Solução do paradoxo relativo ás pressões.

* Equivalencia das forças; sua expressão analytica por seis ou por uma equação. Consequencias immediatas da equivalencia.

* Composição das forças nos casos especiaes: systema de forças convergentes; systema de forças parallelas. Caso de duas forças parallelas — *binario* de forças.

* Theoria dos binarios de forças: propriedades do binario; representação do binario por um vector (*eixo do binario*); propriedade projectiva do eixo; effeito dynamico de um binario applicado a um solido. Composição dos binarios.

* Composição geral das forças: reducção de um systema qualquer de forças a duas; a uma resultante de translação e a um binario; momento resultante. Expressão analytica da condição de reductibilidade de um systema de forças a uma unica força. Minimo dos momentos relativamente ás diversas posições da resultante de translação (*dynamo*): *eixo central dos momentos*, suas equações,—representação geometrica de Poinsot da distribuição dos eixos no espaço, relativamente aos quaes se tomam os momentos de um systema de forças, ao redor do eixo central. Theorema de Chasles relativo á invariabilidade de volume do tetraedro cujas arestas oppostas são os dois vectores que representam as forças equivalentes a um systema. Lei de dualidade entre a Estatica e a Phoronomia.

* Centro das forças parallelas; propriedades caracteristicas. Centro de gravidade: centro de massa de solidos, superficies e linhas. Caso da homogenidade. Theoremas que podem facilitar a determinação do centro de gravidade. Theorema de Leibnitz. Theorema de Lagrange. Exemplos principaes da determinação do centro de gravidade na hypothese da homogenidade.—Centro de percussão.

Methodo centrobarico: theorema de Pappus-Guldin.

Reducção e equilibrio astaticos: ellipsoide central de Darboux.

Equilibrio dos systemas funiculares: noção de tensão do cordão; equilibrio de um cordão actuado por tres forças. Caso em que as forças estão distribuidas discontinuamente no cordão: equilibrio do polygno funicular; construcção graphica de Varignon: casos particulares do polygno funicular. Caso em que as forças estão distribuidas continuamente no cordão:

equações do equilibrio da curva funicular: applicação a um fio tenso sobre uma superficie—a um fio homogeneo pesado suspenso pelas extremidades (catenaria). Equilibrio dos systemas polygonaes articulados sem attricto.

Theoria geral da funcção de força: determinação simples das quantidades relativas á força por meio da funcção de força; representação geometrica por meio das superficies de nivel. Caso fundamental em que existe uma funcção de força; potencial. Theoremas de Laplace e de Poisson relativos ao parametro differencial da segunda ordem do potencial. Caso do agente se achar accumulado sobre uma superficie.

Formula de Green. Theorema de Gauss: *fluxo da força*.

Systemas isotropos: Hydrostatica. Equações geraes do equilibrio dos fluidos: equação de Clairaut. Superficie de nivel; expressão da pressão no parametro da superficie de nivel; propriedades izopiezica, isotherma e de homogenidade de uma camada de nivel.

Applicação aos fluidos pesados; lei hydrostatica das pressões nos liquidos; altura representativa das pressões. Pressão de um liquido pesado sobre uma superficie immersa: centro de pressão; sua determinação geometrica e analytica no caso da superficie plana. Reducção das pressões elementares sobre uma superficie curva. Caso em que as pressões superficiaes dão resultante: *principio* de Archimedes. Equilibrio dos corpos immersos e fluctuantes.

Applicações: —Methodo hypsometrico pelo barometro.

C. — DYNAMICA

1) Dynamica de um ponto material

* Equações differenciaes dynamicas do movimento linear: fórma de Euler; fórma de Maclaurin: problemas geraes que ellas exprimem; determinação das constantes arbitrarias. Expressão d'estas equações sob a fórma de equilibrio: força de inercia, equação do trabalho virtual que exprime o equilibrio dynamico.

* Equações differenciaes dynamicas do movimento areolar.

* Integraes geraes das equações differenciaes do movimento: Theorema do augmento da quantidade de movimento projectado—Theorema do trabalho; caso de funcção de força: theorema das forças vivas; expressão do theorema por meio das superficies de nivel. Theorema do accrescimo do momento da quantidade de movimento em relação a um eixo. Caso do theorema das areas. Forças centraes: expressão differencial de uma força central nos elementos da trajectoria.

* Movimento de um ponto sobre uma curva e sobre uma superficie da-

das: caso de funcção de força. Dynamica do movimento relativo de um ponto material: extensão dos theoremas geraes a este movimento.

Applicações:

Movimento rectilineo em geral: casos em que a integração se reduz a quadratura—Movimento rectilineo de um ponto attrahido ou repellido por uma força central proporcional á distancia ao centro—Movimento rectilineo e vertical, descendente e ascendente, de um ponto pesado no vacuo e n'um meio resistente.

Exemplos principaes do movimento curvilineo:

Movimento dos projectis no vacuo e em um meio resistente—Movimento curvilineo de um ponto attrahido ou repellido por uma força central: *a*) proporcional á distancia ao centro; *b*) inversamente proporcional ao quadrado da distancia ao centro: movimento dos planetas ao redor do Sol; leis de Kepler e suas immediatas consequencias.

Exemplos principaes do movimento de um ponto sobre uma curva: Movimento de um ponto pesado sobre uma recta inclinada. Pendulo circular simples no vacuo; pendulo cycloidal no vacuo. Tautochrona e brachistochrona de um ponto pesado no vacuo. Pendulo circular em um meio resistente no caso de mui pequenas oscillações.

Exemplos de movimentos relativos: queda de um ponto pesado no vacuo attendendo ao movimento da terra: desvio Este confirmado pela experiencia de Reich em Freyberg. Pendulo de Foucault.

2) Dynamica dos systemas materiaes

Systemas obrigados a ligações:

Reducção da dynamica dos systemas á estatistica dos systemas: *principio* de d'Alembert: seus differentes enunciados, e expressão analytica. Equações geraes do movimento estabelecidas pela applicação do methodo dos multiplicadores; vantagem da introducção das indeterminadas. Exemplos do emprego do methodo. Distincção essencial das ligações não variarem ou variarem com o tempo para a dependencia que existe entre o movimento real e os movimentos virtuaes. Theorema de Hamilton; equações dynamicas de Lagrange (primeira fórma canonica). Applicação das equações de Lagrange ao movimento de um ponto obrigado a uma esphera (pendulo conico).

Integraes da equação geral do movimento: Theorema do movimento do centro de gravidade—Theorema das quantidades de movimento projectadas—Theorema dos momentos das quantidades de movimento; interpretação phoronomica de Resal; theorema das areas; plano do maximo das areas; caso do plano invariavel—Theorema das forças vivas; theorema da energia: conservação da energia total do Universo; theorema de Yvon Villarceau relativo ao virial.

Estabilidade do equilibrio : theorema de Lejeune Dirichlet.

Extensão dos theoremas geraes ao caso do movimento relativo.

Propriedades mecanicas do centro de gravidade; theorema de Kœnig: trabalho da gravidade.

Systemas invariaveis : Decomposição do movimento de um solido livre em movimento do centro de gravidade e ao redor d'este centro. Expressão da somma dos momentos das quantidades de movimento e da força viva de um solido movendo-se ao redor de um eixo.

* Theoria dos momentos de inercia: momentos de inercia em relação a um eixo, a um ponto (*polar*), e a um plano; relação de dependencia das tres especies de momentos de inercia; raio de gyração; relação entre os momentos de inercia relativos a eixos parallelos; propriedade de minimo momento. Momento de inercia em relação a um eixo passante por um ponto; eixos principaes de inercia (Segner) e momentos de desvio *(deviations moments, Rankine)*; propriedades dos eixos principaes e sua determinação; ellipsoide central (Cauchy-Poinsot). Theoremas geraes que podem facilitar a determinação dos eixos principaes de inercia. Expressão do momento de inercia de um solido de revolução em relação ao seu eixo. Momentos de inercia das figuras planas: ellipse central. Momento de inercia polar. Exemplos principaes da determinação de momentos de inercia.

Equação dynamica do movimento de um solido ao redor de um eixo fixo; theoria do pendulo composto—pendulo simples synchrono; eixo de oscillação; propriedades de maximo e de minimo do tempo de uma oscillação.

Movimento de um solido ao redor de um ponto fixo; equações de Euler. Caso em que as forças são nullas, ou reductiveis a uma força que passa constantemente pelo ponto fixo: dois primeiros integraes das equações de Euler; estabelecimento directo d'estes integraes. Theoria geometrica de Poinsot.

Movimento de um solido inteiramente livre, actuado por um systema qualquer de forças.

Theoria da percussão; theoremas de Darboux relativos á variação da força viva na percussão. Applicação a um solido obrigado a um eixo fixo; centro de percussão. Choque dos corpos; solução geometrica de Darboux.

II — CINEMATICA

(THEORIA DOS MECANISMOS)

Objecto da cinematica theorica, considerada como sciencia da composição e do movimento das machinas, ou theoria dos mecanismos. Breve digressão historica sobre a origem e formação d'esta sciencia—exposição critica dos systemas de classificação dos mecanismos de Monge, Hachette,

Lanz e Bétancourt (1809-1819), Borgnis (1818). Limitação e denominação da sciencia por Ampère (1834); systeme de Robert Willis (1841), de Laboulaye (1849), de Haton de la Goupillière (1864).

Razão da imperfeição dos systemas propostos. Constituição logica e scientifica da cinematica pelo systema Reuleaux, fundado nas verdadeiras eis da formação dos mecanismos. Solução geral dos problemas das machinas: ponto de partida de Rouleaux; definição de machina. Caracteristica dos problemas relativos ás machinas. Analyse cinematica das machinas: decomposição em mecanismo, em cadeias, em binarios de elementos. Formação de um binario de elementos pela ligação reciproca dos elementos de dois binarios primitivos. Ligação de um numero qualquer de binarios de elementos: cadeia cinematica simples e composta; cadeia fechada desmodromica. Transformação da cadeia fechada em mecanismo. Pluralidade d'esta transformação. Transformação do mecanismo em machina.

Differentes especies de binarios de elementos: condição a que deve satisfazer um binario de elementos para ser desmodromico. Binarios de elementos inferiores ou de encaixamento (parafuso, cylindro, prisma); seu estabelecimento *à priori*. Apoios necessarios e sufficientes dos elementos. Binarios superiores. Investigação geral dos perfis de elementos em vista de uma dada lei de movimento: processo geral de dentadura; processo approximado de Poncelet; processo de trajectorias polares auxiliares.

Caso em que a lei do movimento é defendida por trajectorias polares circulares: engrenagens cylindricas nos tres typos principaes de lanterna, flancos, desenvolventes de circulo; processos de dentadura de Reuleaux. Engrenagem de cremalheira. Resvalamento durante o movimento relativo elementar de dois dentes em contacto. Engrenagens conicas: methodo pratico de Tredgold. Engrenagens hyperboloides.

Binarios de elementos dependentes: clausura dos binarios por meio de forças sensiveis; clausura por meio de cadeias cinematicas. Elementos cinematicos ductis; binarios monocineticos (orgãos de tracção e de compressão); clausura cinematica completa de elementos ductis.

Cadeias cinematicas dependentes: pontos mortos nos mecanismos; passagem d'estes pontos por meio de forças sensiveis ou por clausura de cadeias.

Notação cinematica.

Cadeia fundamental: *quadrilatero de manivella cylindrico;* trajectorias polares da cadeia; trajectorias polares reduzidas. Mecanismos derivados da cadeia. Transformação evolutiva da cadeia: *cadeia cylindrica de manivella de impulsão;* theoria geometrica e analytica da biella. Mecanismos d'ella derivados; machinas que elles constituem.

Principios geraes de modificação accessoria de fórma: 1.º amplificação dos moentes (Zapfen-Erweiterung).—2.º reducção das cadeias.

Applicação d'estes principios á cadeia de manivella (C'_3P_4): ampli-

ficação 2 em 1, 1 em 2 (excentrico), 3 em 2, 2 em 3, 1 em 2 em 3, 3 em 2 em 1.

Transformação evolutiva da amplificação annular 2 em 3 : *cadeia de corrediça em cruz rectangular*; mecanismos derivados.

Reducção do numero de membros de uma cadeia : exemplifica-se nas cadeias $(C'_3P\perp)$—c; $(C'_3P\perp)_2$)—a—c; $(C_2\llcorner C_2\perp)$—c.

Corrediça oscillante em cruz obliqua $(C'_2P_2\llcorner)_2$.) Cadeias de corrediça angular de desvio simples e duplo : $(CP\perp\ CP\perp)$; 2 $(CP\perp)$.

Cadeia simples de rodas dentadas cylindricas; mecanismos derivados: mecanismo epicyclo.

Capsulismos de manivella derivados da cadeia $(C'_3P\perp)$: analyse feita sobre os modelos do gabinete (schemas das machinas a vapor de Simpson Shipton, de Cochrane, de Davies; schemas das bombas de Beale e de Ramelli, do ventilador de Wedding).

Capsulismos de rodas derivadas da cadeia simples de rodas dentadas cylindricas $(C_2+C'_2)$: analyse feita sobre os modellos do gabinete (schema das machinas de Pappenheim, Fabry, Root, Evrard, Repsold, Dart, Révillion, Galloway. Trens ordinarios de rodas dentadas; engrenagens recorrentes; trens epicycloidaes. Cadeias de roda planetaria.

Analyse cinematica das machinas tradicionalmente consideradas como *machinas simples* : alavanca, plano inclinado, cunha, roldana, sarilho, parafuso.

Analyse das machinas completas : concepção que considera a machina completa como o resultado da combinação das tres partes—receptor—transmissor—operador. Divisão das machinas em machinas de transporte e de transformação. Critica d'aquella concepção. Interpretação cinematica da machina completa.

Theoria geral do movimento das machinas.

OBSERVAÇÃO

Servem de guia ao estudo dos alumnos os summarios das lições feitos pelo professor, dos quaes já estão publicados em lithographia os que dizem respeito á 1.ª e 2.ª parte do Curso—Phoronomia—Estatica—, e a que se seguirão, os que são relativos ás outras partes do Curso (Dynamica e Cinematica).

IV CADEIRA—Geometria descriptiva

Lente (interino) *Duarte Leite Pereira da Silva.*

Oito horas semanaes

(Vide Annuario da Academia Polytechnica do Porto de 1887-1888).

V CADEIRA—Astronomia e geodesia

Lente *Duarte Leite Pereira da Silva.* Oito horas semanaes.

PRIMEIRA PARTE

I. THEORIA DOS ERROS; METHODO DOS MINIMOS QUADRADOS

1. Erros irregulares e regulares; leis experimentaes dos primeiros.

Da combinação das observações. Postulado de Gauss sobre a média arithmetica; demonstração de Encke.

Da probabilidade d'um erro; lei de Gauss. Medida da precisão. Verificação experimental da lei; fórma mais geral da lei dos erros.

2. Principio dos minimos quadrados. Erro provavel, média dos erros, erro médio. Erro provavel da média arithmetica. Erro provavel e médio de series de observações; formulas approximadas.

Erros provavel e medio de funcções de quantidades observadas, dependentes ou independentes. Pesos d'observações; média geral (barycentrica).

3. Observações indirectas. Equações de observação; reducção á fórma linear. Caso em que as observações tem differente peso.

Equações normaes; methodo de Gauss para a sua resolução.

Erros medios e pesos das incognitas; varios processos de os determinar.

Observações sujeitas a condições; processo geral.

Criterio de Peirce para a rejeição de observações duvidosas.

II. DOS INSTRUMENTOS EMPREGADOS NA GEOMETRIA APPLICADA

Processos para fixar pontos e direcções; espelhos, prismas, lentes.

Instrumentos para fixar, levantar ou traçar direcções a olho nú. Lunetas.

Da medição dos angulos; repetição e reiteração. Da medição das distancias, directa ou indirectamente.

Da fixação da vertical; altimetria barometrica.

Da refracção astronomica e geodesica.

III. ASTRONOMIA

1. Do movimento diurno; esphera celeste. Systemas de coordenadas; transformações; instrumentos empregados em astronomia.

2. Determinação astronomica das coordenadas geographicas d'um logar.

Determinação do meridiano ou d'um azimuth absoluto; do tempo e da colatitude, da longitude.

3. Do systema solar. Leis de Kepler; lei da attracção newtoniana.

Formulas do movimento elliptico; desenvolvimentos em serie das coordenadas d'um planeta.

4. Movimento apparente do Sol. Diametro apparente; ecliptica. Determinação da obliquidade, da linha dos nós, dos solsticios. Anno tropico e sideral. Dias solares verdadeiros e medios. Estações e climas. Tempo médio; tabuas solares.

5. Correcções das observações feitas á superficie da Terra. Parallaxe; precessão dos equinoxios. Aberração e nutação.

Coordenadas eclipticas.

6. Planetas. Opposições e conjuncções, revoluções synodicas e sideraes. Parallaxe annua. Estações e retrogradações; elongação. Phases.

Distancias ao Sol e massas.

Ephemerides planetarias.

7. Perturbações do movimento elliptico. Formulas geraes da mechanica celeste; integração das equações diff. do movimento planetario. Methodo da variação das constantes arbitrarias.

Variações seculares e periodicas; estabilidade do mundo solar.

8. Determinação da parallaxe solar pelas observações de Marte, e pelas passagens de Venus; por outros processos physicos e mechanicos.

Da precessão dos equinocios e da nutação. Explicação mechanica d'esses phenomenos, influencia d'essas variações sobre as coordenadas dos astros.

Aberração. Determinação da velocidade da luz (Roemer). Aberração das fixas; sua expressão theorica. Aberração diurna e annua; aberração estellar.

9. Da Lua. Phases. Distancia á terra; parallaxe. Diametro apparente e linear. Observações meridianas.

Elementos da orbita lunar. Revolução; movimento médio. Perturbações lunares; movimento da linha dos nós, variações da inclinação da orbita; revolução draconica. Variações do perigeo e da excentricidade, revolução anomalistica. Evecção, variação, equação annua; acceleração secular do movimento médio.

Da rotação da Lua.

10. Calendarios lunares. Aureo numero. Eclipses. Periodo chaldeo.

Das condições em que tem logar os eclipses da lua e do sol.

11. Posições medias das estrellas, e sua reducção; movimentos proprios.

Dos cometas. Determinação da orbita; movimento parabolico.

Nebulosas.

IV. GEODESIA

1. *Triangulações geodesicas.*—Cadeias e redes geodesicas.—Bases.—Triangulação de 1.ª ordem e triangulações secundarias.—Estações e signaes geodesicos.

2. *Medida das bases.*—Réguas geodesicas.—Correcção e precisão da medida d'uma base.

3. *Medida dos angulos.*—Methodos empregados na medida dos angulos.—Instrumentos repetidores e reiteradores.

4. *Calculo dos triangulos geodesicos.*—Methodos de resolução dos triangulos.—Calculo dos triangulos.—Correcções angulares.—Compensação das redes.

5. *Coordenadas das estações geodesicas.*—Determinação dos azimuths, latitudes e longitudes.—Calculo das coordenadas geographicas d'uma estação em funcção dos mesmos elementos n'outra estação.—Distancias á meridiana e á perpendicular.

6. *Fórma e grandeza da terra.*—Medida d'um arco de meridiano ou de parallelo.—Formulas e dados numericos applicaveis ao ellipsoide terrestre.—Achatamento da terra.—Determinação do metro.—Determinação da figura da terra deduzida das operações geodesicas.

7. *Nivellamento geodesico*; varios methodos de o levar a effeito. Compensação do nivellamento geodesico.

8. *Da construcção das cartas.* Problema analytico geral da representação plana da superficie terrestre. Projecção ortho e stereographica. Desenvolvimentos de Flamstoed; de Bonne. Carta chorographica portugueza. Carta de Mercator.

SEGUNDA PARTE

Topographia

a) PLANIMETRIA

1. *Noções preliminares.*—Limites da geodesia e da topographia.—Definições e principios.

2. *Methodos geraes de levantamento das plantas.*—Methodos geometricos.—Methodo trignometrico.—Cartas topographicas.—Orientação.

3. *Alinhamentos.*—Traçado dos alinhamentos. — Medida directa e indirecta dos alinhamentos.—Instrumentos empregados.

4. *Traçado e medida dos angulos.* — Traçado dos angulos. — Instrumentos empregados.—Medida dos angulos.—Bussolas.—Goniometros.—Goniographos.

5. *Traçado das plantas.*—Methodo graphico e methodo numerico.—Traçado das rectas e dos angulos.—Curvas de concordancia.—Calculo das coordenadas.—Régua de calculo.—Copia e reducção das plantas.—Escalas.

b) ALTIMETRIA

1. *Methodos geraes de nivellamento.*—Methodo geometrico.—Methodo trignometrico.—Methodo barometrico.—Instrumentos empregados no nivellamento.—Pratica do nivellamento.—Sondagens.

2. *Figurado do terreno.*—Traçado das curvas de nivel.—Representação graphica do relevo das superficies.

3. *Instrumentos de planimetria e nivellamento.*—Theodolito. Tacheometro.

VI CADEIRA — **Physica**

Lente *Conde de Campo Bello.* Seis horas semanaes.

(Vide Annuario da Academia Polytechnica do Porto de 1885-1886, pag. 68 a 83).

VII CADEIRA — **Chimica inorganica**

Lente *Dr. José Diogo Arroyo.* Oito lições semanaes.

(Vide Annuario da Academia Polytechnica do Porto de 1885-1886, pag. 83 a 89).

VIII CADEIRA — **Chimica organica**

Lente *A. J. Ferreira da Silva.* Oito lições semanaes.

(Vide Annuario da Academia Polytechnica do Porto de 1885-1886, pag. 17 a 23).

IX Cadeira — **Mineralogia, paleontologia e geologia**

Lente (interino) *M. A. Gonçalves*. Seis horas semanaes.

(Vide Annuario da Academia Polytechnica do Porto de 1885-1886, pag. 95 a 100).

X Cadeira — **Botanica**

Lente *Manoel Amandio Gonçalves*. Seis horas semanaes.

(Vide Annuario da Academia Polytechnica do Porto de 1887-1888).

XI Cadeira — **Zoologia**

Lente *Dr. Aarão Ferreira de Lacerda*

(Vide Annuario da Academia Polytechnica do Porto de 1885-1886, pag. 108 a 109).

XII Cadeira — **Construcções em geral e resistencia dos materiaes**

Lente *M. Terra Pereira Vianna*. Seis horas semanaes.

(Vide Annuario da Academia Polytechnica do Porto de 1887-1888).

XIII Cadeira — **Hydraulica e machinas**

Lente *Roberto Rodrigues Mendes*. Seis horas semanaes.

(Curso biennal)

(Vide Annuario da Academia Polytechnica do Porto de 1886-1887, pag. 26 a 28).

XIV CADEIRA — **Construcções e vias de communicação**

Lente *Victorino Teixeira Laranjeira.* Seis horas semanaes.

(Curso biennal)

(Vide Annuario da Academia Polytechnica do Porto de 1886-1887, pag. 28 a 31).

XV CADEIRA — **Montanistica e docimasia**

Lente *Manoel Rodrigues Miranda Junior.*

Seis horas semanaes

(Curso biennal)

(Vide Annuario da Academia Polytechnica do Porto de 1885-1886, pag 116 a 122).

XVI CADEIRA — **Economia politica. Estatistica. Principios de direito publico, administrativo e commercial. Legislação**

Vaga. Seis horas semanaes

(Vide Annuario da Academia Polytechnica do Porto de 1886-1887, pag. 32 a 39).

XVII CADEIRA — **Commercio**

Lente *J. J. Rodrigues de Freitas.* Seis horas semanaes

(Curso biennal)

2.ª PARTE

I

GEOGRAPHIA COMMERCIAL

* Superficie e população das principaes nações commerciaes. * Centros de producção; praças e portos mais importantes; vias de communicação; importação e exportação.

O signal * indica a parte vaga.

* Geographia de Portugal. * Situação, limites, dimensões. * A terra e as aguas; a atmosphera. * O homem e a sociedade (população, industria em geral, instituições economicas, riqueza publica).

* Emigração e colonisação. A emigração propriamente dita e o desenvolvimento quantitativo e qualitativo do homem; a emigração e a miseria. * Acclimabilidade, acclimação, acclimamento. Diffusão e combinação das civilisações; forças attrahentes e repulsivas. A emigração, os paizes de origem e os de destino. * Tres especies de colonias; regimen de cada uma d'ellas. Preparativos de colonisação. * As colonias e a sua transformação em nações independentes. Estado actual das nossas colonias.

II

ECONOMIA COMMERCIAL

* Commercio; distincção entre elle e a industria transportadora. * Commercio por grosso e de retalho; ordinario e de especulação; activo e passivo; geral e especial; por conta propria e alheia; reexportação e transito.

* Organisação das emprezas commerciaes; applicação da lei do maximo effeito. * Recursos reaes: dinheiro e mercadorias em geral; titulos, valores fundiarios. * Recursos pessoaes: probidade, instrucção, economia, amor do trabalho, methodo. * A grandeza dos recursos e a amplitude da empresa. Multiplicidade dos ramos do negocio. * Direcção superior da empresa; exame directo. * Estabelecimento de relações com os productores e consumidores. * Claresa nos contractos; publicidade. * Transacções a dinheiro e fiado.

O credito e os recursos proprios. Os gastos pessoaes e a economia. Perigo de attingir os limites do credito.

* Exame dos elementos do preço de custo. * Gastos geraes e especiaes.

Caravanas, feiras e exposições. Bolsas. Camaras e associações commerciaes. Mercado central de productos agricolas. Circulares, estatisticas mercantis. Consulados. Escolas commerciaes.

* Alfandegas. * Pautas e sua organisação. * Direitos: especificos e *ad valorem*, estatisticos, protectores, fiscaes, prohibitivos, addicionaes, differenciaes. * Disposições especiaes sobre tecidos mixtos e bordados. * Regimen de excepção. * Isenções e restituições *(drawbacks)*. * Taras. * Prohibições e restricções. * Formalidades do despacho. * Armazenagem. * Emolumentos. * Pautas convencionaes.

* Impostos de tonelagem. * Arqueação de navios. * Nacionalisação das embarcações. * Quarentenas. * Direitos sanitarios.

* Contestações sobre despacho de mercadorias. * Ommissões. * Conselho superior das alfandegas.

Exposição e critica das doutrinas sobre o commercio internacional:

a) Balança de commercio. Systema mercantil.

b) Systema proteccionista, particularmente o de List e o de H. Carey.

c) Liberdade de commercio. As reformas aduaneiras variando em cada estado social. Os fundadores da sciencia economica e o livre cambio. A escóla historica. Erro de Bastiat.

Principaes reformas aduaneiras em Portugal desde as pautas de 10 de janeiro de 1837. O principal fim d'estas pautas não foi a *protecção*. Opiniões de Passos Manoel a este respeito. Representações de fabricantes do Porto contra essas pautas. Relatorio da commissão de pautas.

Resumo da legislação colonial sobre importação e exportação de mercadorias.

* Impostos de consumo; real de agua, pauta da alfandega de consumo em Lisboa. * Impostos especiaes para melhoramentos de portos, obras da Bolsa e do Tribunal do Commercio no Porto.

Impostos do pescado.

Legislação sobre caminhos de ferro, correios, telegraphos, pesos e medidas. Legislação sobre tabacos.

Moeda. Systema monetario portuguez. Porque se adoptaram as bases do systema inglez. Estado da circulação monetaria em 1854. Estatistica da cunhagem. Importação e exportação da moeda. Influencia do direito de exportação; variação d'elle desde 1837. A massa monetaria circulante em Portugal (Calculos dos snrs. Barros Gomes e Ottomar Haupt). Variação do valor do real de ouro e de prata desde o seculo 15.º

Moeda de cobre e bronze; notas de cobre. Legislação a este respeito desde o seculo 17.º

* Legislação monetaria das ilhas adjacentes. * A moeda nas provincias ultramarinas.

* Systemas monetarios estrangeiros.

Uniformidade monetaria; trabalhos diplomaticos e legislativos a este respeito.

O bimetallismo. A baixa do valor da prata precedeu a reforma allemã. Augmento da producção da prata e diminuição da do ouro nos ultimos tempos. Influencia d'aquella reforma. O *Bland-bil* e seus effeitos. As conferencias de Paris e a de Colonia; exame das doutrinas ahi expostas. Effeitos provaveis do bimetallismo sobre a producção do ouro. Producção dos metaes preciosos em geral. Producção em Portugal. Importação de ouro do Brazil. Exame dos dados estatisticos sobre variação dos preços segundo Soetbeer, Ervin Nasse e Giffen.

* Technica da moeda: as materias primas, a liga, o peso, a forma, o corte ou a divisão, a tolerancia, o gasto.

* Cambios: as transacções internacionaes e os meios de pagamento. * Elementos do preço do cambio, e seus limites. * O regimen monetario e o cambio. Factos occorridos em Portugal e no Brazil. Exemplos de grandes operações cambiaes: a indemnisação paga pela França á Allemanha.

Caixas economicas; historia das portuguezas; aperfeiçoamentos introduzidos nas estrangeiras.

Bancos de commercio, e suas operações. Importancia da relação entre as dividas activas e as passivas; disponibilidade dos capitaes; emprestimos a curto e a longo praso; depositos á vista com abono de juro e sem elle.

* Systemas bancarios. Principaes bancos estrangeiros. Exame historico e critico dos bancos portuguezes.

Exame especial das doutrinas sobre emissão de notas e da legislação europea e americana a este respeito.

Credito predial. Exame da legislação portugueza e da Companhia de Credito Predial. Credito agricola. Credito movel. Bancos populares.

Emprestimos publicos; modos de os realisar.

* Divida publica, perpetua, amortisavel, fluctuante; conversão e consolidação. Junta de Credito Publico. Caixa de Depositos.

Operações de Bolsa. As Bolsas de Londres, Paris e Lisboa.

Papel moeda; diversas denominações. Relação entre a quantidade d'este papel e as necessidades da circulação. Applicação da lei de Gresham. O curso forçado, os cambios e os preços no interior. Restabelecimento das condições physiologicas da circulação monetaria; a elevação do curso e a diminuição do valor nominal.

* Moeda fiduciaria emittida pelo thesouro; curso legal, e convertibilidade d'ella.

* Perturbações economicas do mercado. * Crises commerciaes; historia das mais notaveis desde o seculo 15.º, e especialmente das de Portugal em 1846 e 1876.

Doutrinas de J. B. Say, Caquelin, Wilson, Stuart Mill e Peshine Smith. A periocidade das crises, e as observações de Juglar. As manchas do sol e as crises (doutrina de Stanley Jevons); exame da critica de Foville. Doutrina de Rodbertus e sua critica. O cambio e as crises, segundo Juglar e Laveleye. Comparação do abatimento economico de 1819-1830 com o estado actual do mercado. Opinião de Laveleye; critica a este respeito.

Crises financeiras no estrangeiro, especialmente a de Law e dos assignados.

Augmento da solidariedade economica entre os individuos, e entre as nações; constituição de uma especie de *estado* universal. Poder crescente do individuo e da sociedade para combater as crises.

XVIII Cadeira

Lente *Francisco da Silva Cardoso*

Esta cadeira, segundo o Decreto de 10 de setembro de 1885, comprehende o ensino de desenho para os differentes cursos academicos, distribuido em tres partes, a saber:

I Parte—*Desenho de figura, paisagem e ornato.*

II Parte—*Desenho de architectura e aguadas.*

III Parte—*Desenho topographico. Desenho de machinas.*

O ensino de cada uma d'estas partes é dado em tres lições semanaes de duas horas cada uma. Os alumnos de todas as tres partes estão reunidos no salão de desenho da Academia; o professor dirige individualmente os alumnos no trabalho que a cada um destinou, fazendo nos trabalhos as correcções necessarias, e ministrando aos alumnos, n'essa occasião, as explicações theoricas convenientes.

Na I parte, os alumnos copiam uma estampa a lapis e a esfuminho.

Na II parte, fazem o desenho completo do pedestal, da base, do capitel e entablamente das ordens dorica e jonica, e dos capiteis corinthio e composito, e dão aguadas a nankin. Como prova principal para o julgamento da admissão dos alumnos a exame final, tem estes de executar o desenho d'uma ordem completa das cinco ordens architectonicas, em dimensão não inferior a 40 centimetros, aguada a nankin e completamente acabado.

Para o estudo theorico e pratico d'esta parte adopta-se o tratado das cinco ordens de architectura de J. B. Vinhola, traduzido e compilado pelo professor substituto da aula de desenho de architectura civil da Academia de Bellas-Artes de Lisboa.

Na III parte, copiam de estampas topographicas a lapis e á penna; fazem á vista o esboço acompanhado de córtes, d'uma machina, e convertem este esboço em desenho geometrico, sujeito a escala, e aguarellam com as tintas convencionaes. O estudo d'esta ultima secção é precedido de trabalhos de copia de machinas em estampas.

Servem os modelos de A. M. Perrot para o estudo da topographia.

Como prova principal para o julgamento da admissão dos alumnos a exame final tem estes, em topographia, de executar uma carta topographica de 20 centimetros de altura sobre 15 de largura, e na qual se representem montanhas, rochedos, bosques, vinhas, terras lavradias, estradas, rios, edificios, jardins e pomares. Será a carta desenhada a traço e a nankin, e completamente acabada. O alumno fica com liberdade na *composição* da carta. São ainda obrigados os alumnos a fazer uma carta minuta aguarellada com as cores convencionaes, em que figurem terras lavradias, pantanos, lagos, rios, charnecas, bosques, florestas, prados, vinhas, tapumes, lagôas e areiaes, e completamente acabada.

Para a prova do desenho de machinas são os alumnos obrigados a fazer o esboço d'uma machina com as competentes cotas, e traçal-a em projecção horizontal e vertical, com os cortes necessarios para uma completa idea da constituição machinal, devendo por isso este trabalho ser feito á escala, nitida e rigorosamente acabado.

III

Estatistica

LISTA ALPHABETICA DOS ALUMNOS DA ACADEMIA

indicando a sua filiação,

naturalidade, e as cadeiras em que se matricularam

1—Accursio Gomes da Conceição Silva, filho de José Agostinho Gomes da Silva, natural de Barrô, concelho d'Agueda—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

2—Adão José d'Oliveira, filho de Joaquim José d'Oliveira, natural do Porto—2.ª, 6.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte) e 18.ª (2.ª parte);

3—Affonso Carlos Barbedo Pinto, filho de Miguel Maria Barbedo Pinto, natural de Sinfães—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

4—Affonso Eduardo Ferreira, filho de Antonio Bernardo Ferreira, natural do Porto—1.ª e 6.ª (1.ª parte);

5—Agostinho Fontes Pereira de Mello, filho de Manoel Fontes Pereira de Mello, natural d'Aveiro—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

6—Albano Annibal de Barros, filho de Francisco Augusto de Barros, natural de Bragança—4.ª (2.ª parte), 8.ª (2.ª parte), 11.ª (1.ª parte) e 17.ª;

7—Alberto Alves de Freitas, filho de Sebastião Alves de Freitas, natural do Porto—6.ª (1.ª parte) e 7.ª (1.ª parte);

8—Alberto Augusto Teixeira Barbosa Guerra Leal, filho de Domingos Teixeira Barbosa, natural do Porto—7.ª (1.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

9—Alberto Correia Pinto de Figueiredo Pimentel, filho de Antonio Carlos Correia Pinto de Lemos, natural de S. João de Lobrigos, concelho de Santa Martha de Penaguião—1.ª, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

10—Alberto José Baptista, filho de Antonio José Baptista, natural de Peso da Regua—7.ª (1.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

11—Alberto Luiz da Costa Sol, filho de Miguel Antonio Luiz, natural do Couto de Cucujães, concelho d'Oliveira d'Azemeis—7.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

12—Alberto de Sousa Maia Leitão, filho de José Narciso Leitão, natural de Bagunte, concelho de Villa do Conde—10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

13—Alberto Teixeira Pinto, filho de Miguel Teixeira Pinto, natural de Aveiro—1.ª, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

14—Albino Soares Martins, filho de Domingos Martins Soares, natural de Macinhata da Seixa, concelho d'Oliveira d'Azemeis—8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

15—Alexandre Carneiro Giraldes da Silva Moreira, filho de José Carneiro Giraldes da Silva Moreira, natural do Marco de Canavezes—4.ª (2.ª parte), 8.ª (2.ª parte), 9.ª e 10.ª (1.ª parte);

16—Alexandrino Gonçalves de Sousa, filho de Pedro Joaquim Gonçalves de Sousa, natural de Ruivães, concelho de Vouzella—8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

17—Alfredo da Silva Reis, filho de João José da Silva, natural do Porto—11.ª (1.ª parte);

18—Alfredo Simões Ramos, filho de José Ramos de Proença Saraiva, natural do Souto da Casa, concelho de Fundão—10.ª (1.ª parte);

19—Alfredo de Sousa Azevedo, filho de João Baptista de Sousa Azevedo, natural do Porto—3.ª, 4.ª (1.ª e 2.ª parte) e 5.ª (1.ª parte);

20—Alvaro Affonso Ribeiro Barbosa, filho de Antonio Affonso de Macedo Barbosa, natural do Porto—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

21—Alvaro Augusto Ferreira Pipa, filho de Joaquim José da Silva Pipa, natural de Braga—6.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

22—Alvaro Aurelio de Sousa Rego, filho de José Maria Rego, natural do Porto—13.ª, 14.ª, 15.ª e 16.ª (2.ª parte);

23—Alvaro d'Azevedo Albuquerque, filho de Joaquim d'Azevedo Sousa Vieira e Silva Albuquerque, natural do Porto—3.ª, 4.ª (1.ª parte), 16.ª (1.ª parte) e 18.ª (3.ª parte);

24—Alvaro da Costa Machado Villela, filho de Manoel José Machado Villela, natural de Barbudo, concelho de Villa Verde—1.ª, 6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

25—Alvaro de Moraes Ferreira, filho de Miguel Ferreira d'Araujo Soares, natural d'Aveiro—8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

26—Amadeu Americo, filho de paes incognitos, natural de Cottas, concelho d'Alijó—6.ª (1.ª parte) e 7.ª (1.ª parte);

27—Annibal Augusto da Silva, filho de José Joaquim Fernandes da Silva, natural do Porto—3.ª, 4.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte) e 18.ª (3.ª parte);

28—Annibal Fernandes da Costa Pinto, filho de José Leonardo da Costa Pinto, natural de Bórnes, concelho de Villa-Pouca-d'Aguiar—2.ª, 6.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte) e 18.ª (2.ª parte);

29—Antonio Alvares Guedes Vaz, filho de José Alvares Guedes Vaz, natural do Porto—1.ª, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

30—Antonio d'Andrade Junior, filho de João Antonio d'Andrade, natural do Porto—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

31—Antonio Arnaldo Taveira, filho de José Damasio Taveira Cardoso, natural de Sande, concelho de Lamego—8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

32—Antonio Augusto Alvares Pereira, filho de Manoel Segismundo Al-

vares Pereira, natural de Vianna do Castello—1.ª, 6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte), 16.ª (1.ª parte) e 18.ª (2.ª parte);

33—Antonio Augusto Pereira de Mattos, filho de José Pereira Mattos, natural de Manteigas—6.ª (1.ª parte) e 7.ª (1.ª parte);

34—Antonio Augusto da Rocha Peixoto, filho de Antonio Luiz da Rocha Peixoto, natural da Povoa de Varzim—2.ª, 7.ª (2.ª parte), 10.ª (2.ª parte) e 11.ª (2.ª parte);

35—Antonio Augusto da Silva Tavares, filho de Domingos José da Silva Tavares, natural d'Oliveira do Bairro—8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

36—Antonio Borges Rodrigues, filho de Antonio José Rodrigues, natural de Villa Nova de Tazem, concelho de Gouvêa—8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

37—Antonio Cardoso da Silva Maia, filho de Antonio Joaquim da Silva Maia, natural do Porto—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

38—Antonio Carlos Ribeiro d'Aguiar, filho de Joaquim Ribeiro d'Aguiar, natural do Rio de Janeiro (Brazil)—6.ª (1.ª parte) e 7.ª (1.ª parte);

39—Antonio Correia de Magalhães Ribeiro Junior, filho de Antonio Correia de Magalhães Ribeiro, natural do Porto—3.ª, 4.ª (1.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 18.ª (3.ª parte);

40—Antonio Duarte Pereira da Silva, filho de José Duarte Pereira, natural de S. Miguel do Bairro, concelho de Castello de Paiva—5.ª (2.ª parte), 12.ª, 13.ª, 14.ª e 15.ª;

41—Antonio Evaristo de Moraes Rocha, filho de João Evaristo da Rocha, natural de Chaves—3.ª, 4.ª (1.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 18.ª (3.ª parte);

42—Antonio Fernandes da Costa, filho de José Fernandes da Costa, natural do Porto—7.ª (1.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

43—Antonio Ferreira Villas, filho de Vicente Villas, natural do Porto—1.ª, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

44—Antonio Ignacio Vieira de Sousa Lereno, filho de Antonio Ignacio Vieira de Sousa Lereno, natural de Sellores, concelho de Carrazeda d'Anciães—1.ª, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

45—Antonio José de Lima, filho de José Antonio de Lima, natural de Pereiro, concelho de Barcellos—13.ª, 14.ª, 15.ª e 16.ª (2.ª parte);

46—Antonio Lopes Baptista, filho de João Lopes Baptista, natural do Porto—3.ª, 4.ª (1.ª parte) e 8.ª (2.ª parte);

47—Antonio Lopes de Moraes Silvano, filho de João Lopes de Moraes Silvano, natural de Coimbra—7.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

48—Antonio Lopes Petejo, filho de Manoel Lopes Petejo, natural de Santa Maria de Terroso, concelho da Povoa de Varzim—1.ª, 6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (2.ª parte);

49—Antonio Luiz Pereira d'Aguiar, filho de Joaquim Esteves Fernandes Pereira, natural de Parada de Cunhos, concelho de Villa Real—7.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

50—Antonio Luiz Soares Duarte, filho de Manoel Francisco Duarte, natural do Porto—12.ª, 13.ª e 14.ª;

51—Antonio Maria, filho de paes incognitos, natural de Sabugal—8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

52—Antonio Maria Flores Loureiro, filho de José Faustino Loureiro, natural de Villa do Conde—1.ª, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

53—Antonio Martins de Moura Guimarães, filho de Daniel Martins de Moura Guimarães, natural do Porto—6.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

54—Antonio Nunes d'Almeida, filho de Frederico Alberto d'Almeida, natural de Pindello, concelho d'Oliveira d'Azemeis—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

55—Antonio Pacheco, filho de Antonio Pereira Rodrigues Pacheco d'Almeida, natural de Godim, concelho da Regua—2.ª, 6.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte) e 18.ª (2.ª parte);

56—Antonio dos Santos Castro, filho de José Maria de Castro, natural do Porto—2.ª, 8.ª (2.ª parte), 11.ª (2.ª parte), 17.ª e 18.ª (1.ª parte);

57—Antonio da Silva Ferreira Bahia, filho de José da Silva Ferreira, natural do Porto—1.ª, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

58—Antonio da Silva Pimenta, filho de José da Silva Pimenta, natural do Porto—6.ª (1.ª parte) e 7.ª (1.ª parte);

59—Antonio Thomaz Ferreira Cardoso, filho de Antonio Joaquim Santiago, natural d'Oliveira d'Azemeis—5.ª (2.ª parte), 12.ª, 13.ª e 14.ª;

60—Antonio Victorino da Motta Junior, filho de Antonio Victorino da Motta, natural de Villa Real—6.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

61—Antonio Villela Areias Junior, filho de Antonio Villela Areias, natural da Povoa de Lanhoso—7.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

62—Antonio Xavier Gomes dos Santos, filho de Antonio Gomes dos Santos, natural de S. Miguel do Souto, concelho da Villa da Feira—5.ª (2.ª parte), 12.ª, 13.ª, 14.ª e 15.ª;

63—Arnaldo Augusto Borges Alvim Moraes e Castro, filho de David Augusto Borges Alvim Moraes e Castro, natural do Porto—1.ª, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

64—Arnaldo de Barbosa Mendonça, filho de Luiz de Barbosa Mendonça, natural de Rande, concelho de Felgueiras—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

65—Arnaldo de Mattos Cardoso Pereira, filho de Luiz Cardoso Pereira, natural do Porto—11.ª (1.ª parte);

66—Arthur Augusto d'Albuquerque Seabra, filho de Armando Arthur Ferreira de Seabra da Motta e Silva, natural do Porto—4.ª (1.ª e 2.ª parte);

67—Arthur Gomes de Carvalho, filho de Joaquim José Gomes de Carvalho, natural de Villa Real—7.ª (1.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

68—Arthur da Graça Craveiro, filho de Manoel de Freitas Craveiro, natural de Villa do Conde—9.ª;

69—Arthur de Magalhães Pinto Ribeiro, filho de José Maria Pinto Ribeiro, natural d'Armamar—8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte), 11.ª (1.ª parte) e 17.ª;

70—Arthur Pinto Malheiro, filho de Manoel Pinto Malheiro, natural do Porto—3.ª, 6.ª (2.ª parte), 7.ª (2.ª parte), 10.ª (2.ª parte) e 11.ª (2.ª parte);

71—Augusto Cardia Pires, filho de Damião Ferreira Lima Pires, natural de Leça da Palmeira, concelho de Bouças—6.ª (1.ª parte) e 7.ª (1.ª parte);

72—Augusto da Cunha Rolla, filho de José da Cunha Rolla Pereira, natural de S. Christovão de Lordello, concelho de Felgueiras—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

73—Augusto Jayme d'Almeida Campos, filho de Francisco Joaquim de Almeida Campos, natural da Covilhã—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

74—Benjamin Candido Cardoso, filho de Eduardo Thomaz Cardoso, natural de S. Christovão de Mafamude, concelho de Gaya—8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

75—Bento Alvares Ferreira Barbosa, filho de Manoel Luiz Pereira d'Araujo Barbosa, natural de Chaves—1.ª, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

76—Bernardo Augusto da Costa Guimarães, filho de Antonio José da Silva Guimarães, natural de Oliveira d'Azemeis—7.ª (1.ª parte);

77—Bernardo Augusto de Loureiro Polonio, filho de Antonio Loureiro Polonio, natural de Santar, concelho de Nellas—7.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

78—Bernardo Paes d'Almeida, filho de José Paes d'Almeida, natural de Vizeu—7.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

79—Caetano Marques d'Amorim, filho de Manoel Marques Nogueira d'Amorim, natural d'Oliveira d'Azemeis—1.ª, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

80—Camillo José Monteiro, filho de Antonio José Monteiro, natural de Formariz, concelho de Paredes de Coura—8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

81—Candido Frias Sampaio e Mello, filho de Antonio Pinto da Cunha e Sousa, natural de S. Braz de Castanheiro, concelho de Carrazeda d'Anciães—3.ª, 4.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte) e 18.ª (3.ª parte);

82—Carlos Alberto da Cunha Coelho, filho de Jeronymo Baptista Coelho, natural de Aveiro—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

83—Carlos Fernando Brou, filho de Francisco Pedro Brou, natural de Lisboa—3.ª, 4.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte), 16.ª (1.ª parte) e 18.ª (3.ª parte);

84—Carlos Henrique Coisne, filho de Pedro Francisco José Coisne, natural de Steeniwerk (França)—4.ª (2.ª parte), 5.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte), 9.ª e 10.ª (1.ª parte);

85—Carlos Henrique da Silva Maia Pinto, filho de Henrique Pinto, natural do Porto—3.ª, 4.ª (1.ª parte) e 18.ª (3.ª parte);

86—Carlos de Sampaio Gonçalves, filho de Joaquim José Gonçalves, natural do Rio de Janeiro (Brazil)—3.ª, 4.ª (1.ª parte), 16.ª (1.ª parte) e 18.ª (3.ª parte);

87—Carlos Zeferino Correia Pinto Coelho, filho de José Augusto Correia dos Reis, natural de Mondim de Basto—6.ª (1.ª parte) 7.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

88—Casimiro Jeronymo de Faria, filho de Jeronymo Domingos de Faria, natural de Galafura, concelho da Regua—13.ª, 14.ª, 15.ª e 16.ª (2.ª parte);

89—Custodio José Ribeiro, filho de José Maria Ribeiro, natural de

Christello-Covo, concelho de Valença—2.ª, 3.ª, 4.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte) e 18.ª (2.ª e 3.ª parte);

90—Diniz Fernandes Neves, filho de Antonio Thomaz das Neves, natural do Porto—6.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

91—Domingos Antunes d'Azevedo, filho de Manoel Antunes d'Azevedo, natural de Villar do Pinheiro, concelho de Villa do Conde—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

92—Domingos José Gonçalves, filho de Antonio Joaquim Gonçalves, natural de Villa-Chã, concelho de Villa-Pouca-d'Aguiar—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

93—Eduardo Correia da Costa Guimarães, filho de José Joaquim da Costa Guimarães, natural do Porto—6.ª (1.ª parte) 7.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

94—Eduardo Teixeira Leite, filho de Antonio Teixeira Leite, natural do Rio de Janeiro (Brazil)—9.ª, 10.ª (2.ª parte), 11.ª (2.ª parte) e 17.ª;

95—Eleuterio Adolpho Moreira da Fonseca, filho de Manoel Eleuterio Moreira da Fonseca, natural do Porto—2.ª, 6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte, 16.ª (1.ª parte) e 18.ª (3.ª parte);

96—Felix Pereira de Magalhães Guedes e Castro, filho de José Guedes Pereira de Castro, natural de S. Miguel de Lobrigos, concelho de Santa Martha de Penaguião—6.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

97—Flavio Augusto Marinho Paes, filho de Carlos Augusto Paes, natural do Porto—3.ª, 4.ª (1.ª e 2.ª parte) 5.ª (2.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

98—Francisco d'Almeida e Sousa, filho de Firmino d'Almeida e Sousa, natural de S. Salvador, concelho de Vizeu—6.ª (1.ª parte) e 7.ª (1.ª parte);

99—Francisco Alves, filho de José Joaquim Alves, natural de Pernambuco (Brazil)—6.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

100—Francisco Antonio Lopes, filho de Antonio Joaquim Lopes, natural de Azinhoso, concelho de Mogadouro—3.ª, 4.ª (1.ª parte), 16.ª (1.ª parte) e 18.ª (3.ª parte);

101—Francisco Araujo de Castro Coutinho, filho de Francisco José d'Araujo, natural do Rio de Janeiro (Brazil)—10.ª (1.ª parte);

102—Francisco Augusto Regalla, filho de Luiz Augusto da Fonseca Regalla, natural d'Aveiro—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

103—Francisco Candido Vieira de Sousa Lereno, filho de Antonio Ignacio Vieira de Sousa Lereno, natural de Sellores, concelho de Carrazeda d'Anciães—7.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

104—Francisco Dias Rosa, filho de Francisco Dias Rosa, natural de Beja—8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

105—Francisco Forbes de Bessa, filho de Joaquim de Bessa Pinto, natural do Porto—4.ª (2.ª parte), 8.ª (2.ª parte), 9.ª, 10.ª (1.ª parte) e 16.ª (1.ª parte);

106—Francisco Manoel Cardoso de Menezes, filho de José d'Azevedo e Menezes Cardoso Barretto, natural de Villa do Conde—1.ª, 8.ª (2.ª parte), 16.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª e 2.ª parte);

107—Francisco Neves de Castro Junior, filho de Francisco Neves de Castro, natural do Porto—7.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

108—Francisco Pereira Vianna, filho de João Pereira Vianna, natural de Vianna do Castello—3.ª, 4.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte), 16.ª (1.ª parte) e 18.ª (3.ª parte);

109—Gregorio Correia Pinto Rolla, filho de Simplicio Arlindo Correia Rolla, natural da Regua—4.ª (2.ª parte), 5.ª (1.ª parte), 9.ª e 10.ª (1.ª parte);

110—Guilherme Maria Rodrigues Bello, filho de Antonio Moreira Bello, natural do Porto—4.ª (2.ª parte), 5.ª (1.ª parte), 9.ª e 10.ª (1.ª parte);

111—Guilherme das Neves Rodrigues, filho de Antonio das Neves Rodrigues, natural de Avintes, concelho de Gaya—6.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

112—Guilherme Teixeira de Sousa e Silva Alcoforado, filho de Duarte Teixeira de Sousa e Silva Alcoforado, natural de Guimarães—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

113—Henrique Alberto d'Oliveira, filho de Luiz Cyriaco d'Oliveira, natural de Leiria—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

114—Henrique de Barbosa Mendonça, filho de Luiz de Barbosa Mendonça Pinho de Magalhães Alpoim, natural de Rande, concelho de Felgueiras—1.ª, 6.ª (1.ª parte), 16.ª (1.ª parte) e 18.ª (2.ª parte);

115—Henrique da Silva Amorim, filho de Francisco da Silva Moreira, natural de Sobolido, concelho de Penafiel—5.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 10.ª (1.ª parte).

116—Horacio Dias Peixoto, filho de Joaquim Dias Peixoto, natural de S. Bartholomeu do Rego, concelho de Celorico de Basto—6.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

117—Ignacio Pinto d'Oliveira, filho de João Pinto de Oliveira, natural de Guimarães—3.ª, 4.ª (1.ª parte), 16.ª (1.ª parte) e 18.ª (3.ª parte);

118—Illydio Fernandes Monteiro, filho de Manoel Fernandes Monteiro, natural do Porto—8.ª (1.ª e 2.ª parte);

119—Jacintho Navarro Vieira de Sá, filho de Manoel Vieira da Silva e Sá, natural do Porto—6.ª (1.ª parte) e 7.ª (1.ª parte);

120—Jacintho Teixeira de Sousa Leite, filho de Gaspar Teixeira Leite, natural da Varzea, concelho de Felgueiras—6.ª (2.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

121—Jayme de Mello Lima, filho de Francisco Joaquim de Lima e Mello, natural de Soffala (Ilha de Moçambique)—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

122—João Alves Pinto da Cruz, filho de João Alves da Cruz, natural do Porto—3.ª, 4.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte) e 16.ª (1.ª parte);

123—João Augusto Ferreira, filho de Joanna Augusta Ferreira, natural de S. Verissimo, concelho de Amarante—7.ª (1.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

124—João d'Azevedo Lobo, filho de José de Carvalho d'Azevedo e Silva, natural de Villa de Lagôa, concelho de Faro—1.ª, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

125—João Baptista de Sá e Mello, filho de José Antonio da Fonseca Ruas, natural de Villa Chã, concelho de Fornos d'Algodres—1.ª, 6.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

126—João Carlos de Castro Corte Real Machado, filho de João Carlos

d'Almeida Machado, natural d'Oliveirinha, concelho d'Aveiro—3.ª, 4.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte);

127—João Chrysostomo d'Oliveira Ramos, filho de João d'Oliveira Ramos, natural de Vallega, concelho d'Ovar—13.ª, 14.ª, 15.ª e 16.ª (2.ª parte);

128—João Coelho de Castro Villas-Boas Junior, filho de João Coelho de Castro Villas-Boas, natural de Vianna do Castello—6.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

129—João Conceiro, filho de Antonio Conceiro, natural do Porto—1.ª, 6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

130—João Fernandes da Silva Leão, filho de José Fernandes da Silva Leão, natural de Bissau (Guiné)—2.ª, 3.ª, 4.ª (1.ª parte) e 16.ª (1.ª parte);

131—João Luiz Carrilho, filho de Manoel José Carrilho, natural de Seixas, concelho de Caminha—3.ª, 4.ª (1.ª parte), 16.ª (1.ª parte) e 18.ª (3.ª parte);

132—João Maria de Gouvêa Pereira Junior, filho de João Maria de Gouvêa Pereira, natural do Porto—1.ª, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

133—João Pinto da Silva, filho de Manoel Pinto da Silva, natural de Santa Christina, concelho de Mezão-frio—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

134—João dos Reis Teixeira de Moraes Sarmento, filho de José Antonio de Moraes Sarmento, natural de Chaves—1.ª, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

135—João Severo Duarte da Silveira, filho de João Evangelista Duarte da Silveira, natural do Porto—6.ª (1.ª parte) e 7.ª (1.ª parte);

136—João Simões Castello, filho de Antonio Simões Castello, natural de Lisboa—1.ª, 2.ª, 4.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

137—Joaquim Arantes Pereira, filho de paes incognitos, natural do Pará (Brazil)—10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

138—Joaquim Caetano, filho de José Caetano, natural do Porto—1.ª, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

139—Joaquim Dias do Soccorro, filho de Joaquim Antonio do Soccorro, natural de Villa do Conde—10.ª (1.ª parte);

140—Joaquim Fernandes d'Araujo, filho de Maria Santa das Neves, natural do Rio de Janeiro (Brazil)—1.ª, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

141—Jayme Forbes de Bessa, filho de Joaquim de Bessa Pinto, natural do Porto—2.ª, 6.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte) e 18.ª (2.ª parte);

142—Joaquim Nunes, filho de Antonio Nunes, natural d'Elvas—1.ª, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

143—Joaquim Pinto Coelho, filho de José Pinto Coelho, natural de Mousellos, concelho da Villa da Feira—1.ª, 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

144—Joaquim Romão, filho de Joaquim Bernardino Romão, natural de Pataias, concelho d'Alcobaça—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

145—Joaquim Sequeira d'Araujo, filho de Joaquim Moreira de Sequeira, natural do Porto—8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

146—José Agostinho Gramacho Rebello, filho de Agostinho Gramacho

Rebello, natural de S. Miguel de Barreiro, concelho da Maia—7.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

147—José Alfredo Mendes de Magalhães, filho de Francisco de Paula Mendes de Magalhães, natural de Gandra, concelho de Valença do Minho—8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª;

148—José Alves Moreira, filho de Camillo Pacheco Moreira Lobo, natural do Porto—8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

149—José Antonio de Moraes Sarmento Junior, filho de José Antonio de Moraes Sarmento Junior, natural de Chaves—7.ª (1.ª parte);

150—José Antonio Pereira de Macedo Vasconcellos, filho de Antonio Martins Pereira de Macedo e Vasconcellos, natural de Pecegueiro, concelho de Sever do Vouga—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

151—José Augusto Arthur, filho de Maria Fernandes Torres, natural de Parada do Pinhão, concelho de Sabrosa—1.ª, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

152—José Augusto de Campos e Brito, filho de Francisco Antonio da Costa Brito, natural de Melgaço—8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

153—José Augusto da Cunha, filho de Henrique José da Cunha, natural do Porto—2.ª, 6.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte) e 18.ª (2.ª parte);

154—José Augusto Ribeiro de Carvalho, filho de Augusto Henrique Ribeiro de Carvalho, natural de Gôa (India Portugueza) 1.ª, 6.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte) 16.ª (1.ª parte) e 18.ª (2.ª parte);

155—José Augusto Villas-Boas, filho de Severino Cesar Villas-Boas, natural da Regua— 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

156—José Dordio Rebocho Paes, filho de Antonio Paes Dordio Falcato, natural do Cano, concelho de Souzel—6.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

157—José da Fonseca Lebre, filho de Silverio Antonio da Fonseca, natural de Vizeu—6.ª (1.ª parte) 7.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

158—José Gonçalves da Costa, filho de Manoel Gonçalves da Costa, natural de Balazar, concelho da Povoa de Varzim—12.ª, 13.ª, 14.ª e 16.ª (2.ª parte);

159—José Joaquim Loureiro Dias, filho de Manoel Joaquim Loureiro Dias, natural de S. Cypriano, concelho de Rezende—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

160—José Joaquim de Moura, filho de Joaquim de Moura Gorgulho, natural de Alvarelha, concelho de S. Thyrso— 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

161—José Joaquim Vieira Filho, filho de José Joaquim Vieira, natural do Rio de Janeiro (Brazil), 8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

162—José Maria Ferreira Alves Marinho, filho de João Alves Ferreira, natural de Celorico de Basto—8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

163—José Maria Ferreira da Costa, filho de Luiz José Ferreira, natural do Couto de Cucujães, concelho d'Oliveira d'Azemeis—6.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

164—José Maria Rebello da Silva, filho de José Antonio Rebello da Silva, natural de Braga—3.ª, 4.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte) e 17.ª;

165—José Maria Rebello Valente de Carvalho, filho de João Nepomuceno Rebello Valente, natural d'Oliveira d'Azemeis—4.ª (1.ª e 2.ª parte), 5.ª (1.ª parte), 9.ª e 10.ª (1.ª parte);

166—José Maria Rodrigues de Faria, filho de Lino Antonio Rodrigues de Faria, natural de S. Thiago de Lanhoso, concelho da Povoa de Lanhoso —1.ª, 6.ª (1.ª parte), 8.ª (3.ª parte) e 11.ª (2.ª parte);

167—José Maria Tavares Portugal, filho de Fernando Tavares Portugal, natural de Santarem—1.ª, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

168—José Mendes de Paiva, filho de Anna Pereira da Silva, natural de Nespereira, concelho de Sinfães—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

169—José Pacheco, filho de Antonio Pereira Rodriges Pacheco d'Almeida, natural de Godim, concelho da Regua—2.ª, 6.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte) e 18.ª (2.ª parte);

170—José Procopio Soares Pinto, filho de Pedro Procopio Soares Pinto, natural de Villar do Paraiso, concelho de Gaya—8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

171—José da Rocha Carvalho, filho de Agapito José de Carvalho, natural de Chaves—1.ª, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

172—José da Silva Ferreira Mendes, filho de José Ferreira Mendes, natural do Porto—10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

173—José da Silva Guimarães, filho de Manoel José da Silva Guimarães, natural do Porto—8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte e 11.ª (1.ª parte);

174—João Teixeira de Queiroz Botelho de Castro Vasconcellos, filho de José Teixeira de Queiroz Botelho Pimentel Vasconcellos, natural de Monção—2.ª, 3.ª, 4.ª (1.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

175—José Veiga, filho de Manoel Francisco Veiga, natural de S. Salvador de Padrões (Hespanha)—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

176—José Vicente da Silva Senna, filho de João Vicente Senna, natural d'Elvas—3.ª, 4.ª (1.ª parte), 16.ª (1.ª parte) e 18.ª (3.ª parte);

177—José Victorino da Motta, filho de Antonio Victorino da Motta, natural de Villa Real—1.ª, 6.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

178—José Vieira da Silva Guimarães, filho de João Vieira da Silva Guimarães, natural de Thomar—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

179—José Villagelim Junior, filho de José Villagelim, natural de Miliano, departamento d'Argel (Africa franceza)—6.ª (1.ª parte) 7.ª (1.ª parte);

180—Julio Baptista da Cunha Braga, filho de João Baptista Braga, natural de Braga—6.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

181—Julio Barbosa Nunes Pereira, filho de Rodrigo Barbosa, natural de Fornos, concelho de Castello de Paiva—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

182—Julio Cesar da Victoria, filho de Faustino José da Victoria, natural do Porto—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

183—Julio da Mouta Sardinha, filho de Antonio Sardinha, natural do Porto—6.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

184—Lourenço Gonçalves Ritta, filho de Antonio Lourenço Ritta, na-

tural de Ervedal, concelho de Aljustrél—7.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

185—Lucindo Martins d'Oliveira, filho de Francisco Moreira d'Oliveira, natural de S. João da Foz do Sousa, concelho de Gondomar—8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

186—Luiz Alves Simões, filho de José Simões, natural de Nyctheroy (Brazil)—8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

187—Luiz Antonio Teixeira Machado, filho de Francisco Teixeira Machado, natural do Rio de Janeiro (Brazil)—2.ª, 6.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte) e 18.ª (2.ª parte);

188—Luiz Avelino Lopes Guimarães, filho de Luiz Avelino Lopes Guimarães, natural do Porto—6.ª (1.ª parte) e 7.ª (1.ª parte);

189—Luiz Couto dos Santos, filho de Miguel Couto dos Santos, natural do Rio de Janeiro (Brazil)—3.ª, 4.ª (1.ª parte), 6.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte) e 18.ª (3.ª parte);

190—Luiz Innocencio Ramos Pereira, filho de José Bento Ramos Pereira, natural do Porto—1.ª, 7.ª (1.ª parte) e 17.ª (1.ª parte);

191—Luiz Maria de Mello Vaz de Sampaio, filho de Manoel de Mello Vaz de Sampaio, natural de S. João da Foz do Douro, concelho do Porto —2.ª, 6.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte) e 18.ª (2.ª parte);

192—Luiz Soares Martins, filho de Domingos Martins Soares, natural de Macinhata da Seiva, concelho d'Oliveira d'Azemeis—1.ª, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

193—Luiz Teixeira Beltrão, filho de José Joaquim Teixeira Beltrão, natural de Lisboa—1.ª, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

194—Manoel Correia d'Almeida, filho de Miguel Correia d'Almeida, natural de Villa Real—8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

195—Manoel Correia de Barros, filho de José Correia de Barros, natural de S. Martinho d'Anta, concelho de Sabrosa—1.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

196—Manoel Cosme, filho de Antonio Cosme, natural de S. Salvador de Burgo, concelho d'Arouca—8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 1.ª (1.ª parte);

197—Manoel Fernandes Dias, filho de José Fernandes Dias, natural de Santa Christina de Mentrestine, concelho de Villa Nova de Cerveira—7.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

198—Manoel Ferreira Machado Junior, filho de Manoel Ferreira Machado, natural de Cortes, concelho de Leiria—10.ª (1.ª parte);

199—Manoel Gonçalves d'Araujo, filho de Luiz Gonçalves d'Araujo, natural do Porto—5.ª (2.ª parte), 9.ª, 10.ª (11.ª parte) e 12.ª;

200—Manoel Gonçalves de Carvalho, filho de Manoel Gonçalves Carvalho, natural de Villa Real—8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

201—Manoel José Pinto Osorio, filho de Domingos José Pinto Osorio, natural do Porto—2.ª, 6.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte) e 18.ª (2.ª parte);

202—Manoel Lopes Pereira, filho de Thiago Lopes, natural de Favaios, concelho de Alijó—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

203—Manoel Luiz Mendes, filho de João Francisco Mendes, natural de Seara, concelho de Ponte do Lima—3.ª, 4.ª (1.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

204—Manoel de Moraes e Costa, filho de José Maria da Costa, natural d'Aveiro—6.ª (1.ª parte), 7.ª (1.ª parte) e 8.ª (1.ª e 2.ª parte);

205—Manoel Pinto Pimentel, filho de Joaquim Pinto Furtado, natural de Favaios, concelho d'Alijó—6.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

206—Manoel Procopio Pereira da Silva Caldas, filho de Antonio Pereira da Silva Caldas, natural das Caldas de Vizella, concelho de Guimarães—1.ª, 7.ª (1.ª parte) e 18.ª (1.ª parte);

207—Manoel de Sousa Machado Junior, filho de Manoel de Souza Machado, natural do Porto—13.ª, 14.ª, 15.ª e 16.ª (2.ª parte);

208—Miguel Albano Cerqueira Coimbra, filho de Joaquim Augusto Rodrigues Coimbra, natural de Amarante—8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

209—Miguel Carlos Moreira, filho de Antonio Carlos Moreira, natural de Fonte-Arcada, concelho de Penafiel—6.ª (1.ª parte) e 7.ª (1.ª parte);

210—Miguel de Mello Vaz de Sampaio, filho de Manoel de Mello Vaz de Sampaio, natural de Leça da Palmeira, concelho de Bouças— 2.ª, 6.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte) e 18.ª (2.ª parte);

211—Narciso da Silva Guimarães, filho de Antonio Joaquim da Silva Guimarães, natural de Santa Christina da Malta, concelho de Villa do Conde—10.ª (1.ª parte);

212—Olympio Arthur d'Oliveira Dias, filho de Antonio Augusto d'Oliveira Dias, natural de Bragança—3.ª, 8.ª (2.ª parte), 16.ª (1.ª parte) e 18.ª (3.ª parte);

213—Olympio Vieira Pinto dos Reis, filho de Joaquim Vieira Pinto dos Reis, natural do Porto—3.ª, 4.ª (1.ª parte) e 7.ª (1.ª parte);

214—Oscar Cibrão e Garção, filho de Francisco Luiz Garção, natural de Valença do Minho—3.ª, 4.ª (1.ª parte) e 18.ª (3.ª parte);

215—Paulo Ferreira, filho de Luiz José Ferreira, natural do Porto—4.ª (2.ª parte), 5.ª (1.ª parte), 9.ª e 10.ª (1.ª parte);

216—Pedro Alexandrino de Sousa, filho de Pedro Augusto de Sousa, natural do Porto—10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

217—Pedro Celestino Goulartt de Medeiros, filho de Manoel Francisco de Medeiros, natural da Horta (Açores)—8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

218—Pedro Pereira da Silva Guimarães Junior, filho de Pedro Pereira da Silva Guimarães, natural de Guimarães—8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

219—Ramiro Maximo Guerra, filho de Jeronymo Maximo Guerra, natural de Felgar, concelho de Moncorvo—10.ª (1.ª parte);

220—Raymundo Ennes Meira, filho de Manoel Joaquim Alves Meira, natural de Affife, concelho de Vianna do Castello—2.ª, 6.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte) e 18.ª (2.ª parte);

221—Ricardo Candido Furtado d'Antas, filho de João Candido Furtado d'Antas, natural de Lisboa—3.ª, 4.ª (1.ª parte), 16.ª (1.ª parte) e 18.ª (3.ª parte);

222—Ricardo Severo da Fonseca Costa, filho de José Antonio da Fonseca Costa, natural de Lisboa—13.ª, 14.ª, 15.ª e 16.ª (2.ª parte);

223—Roberto Vieira de Castro, filho de Antonio Manoel Lopes Vieira de Castro, natural do Porto—2.ª, 6.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte) e 18.ª (2.ª parte);

224—Rodrigo Julio Marques d'Andrade, filho de João Martins d'Andrado, natural do Porto—7.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 10.ª (1.ª parte);

225—Samuel Tavares Maia, filho de Manoel Tavares d'Almeida Maia, natural d'Ilhavo—8.ª (1.ª e 2.ª parte);

226—Segismundo Alves Roçadas, filho de Anna de Jesus Ferreira, natural de Villa Real—10.ª (1.ª parte);

227—Silverio de Castro Abranches Mello Borges, filho de José de Mello Borges e Castro, natural de Vizeu—3.ª, 4.ª (1.ª parte), 6.ª (1.ª parte) e 16.ª (1.ª parte);

228—Theodorico Teixeira Pimentel, filho de João Rodrigues Pimentel, natural d'Alijó—4.ª (1.ª e 2.ª parte), 5.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte) e 9.ª;

229—Theotonio Roberto de Moraes Sarmento, filho de Manoel Gomes de Moraes Sarmento, natural de Villa-Verde da Raia, concelho de Villa Real —3.ª, 8.ª, (2.ª parte), 16.ª (1.ª parte) e 18.ª (3.ª parte);

230—Tito Jorge da Costa Malta, filho de Tito Jorge de Carvalho Malta, natural do Porto—8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

231—Torquato Ernesto Leite Brochado, filho de Affonso Augusto Cardoso Brochado, natural de S. Pedro d'Athayde, concelho de Amarante—6.ª (1.ª parte), 8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

232—Trajano Baptista Pereira, filho de João Baptista Gomes, natural da Ilha de S. Jorge (Açores)—8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

233—Valentim Dias de Castro Azevedo, filho de José Raymundo d'Azevedo, natural do Porto—8.ª (1.ª e 2.ª parte), 10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

234—Vasco Ortigão de Sampaio, filho de José Joaquim d'Oliveira Sampaio, natural do Rio de Janeiro (Brazil)—5.ª (1.ª parte) e 9.ª;

235—Victor Henriques Ayres Móra, filho de Emygdio Antonio Móra, natural de Sardoal—10.ª (1.ª parte) e 11.ª (1.ª parte);

236—Victor Hugo José Teixeira Machado, filho de Antonio Anastacio Machado, natural de S. Miguel de Lobrigos, concelho de Santa Martha de Penaguião—3.ª, 4.ª (1.ª parte), 8.ª (2.ª parte) 16.ª (1.ª parte) e 18.ª (3.ª parte);

237—Zeferino Xavier Lobo, filho de Mathias Salvador Lobo, natural de Aldoná de Bardez (Gôa)—8.ª (1.ª e 2.ª parte) e 10.ª (1.ª parte).

Quadro estatistico dos alumnos matriculados em 1889-1890 distribuidos segundo a sua naturalidade

Districtos	Concelhos	Numero de alumnos por cons.	Numero de alumnos por dist.	Total
Aveiro	Agueda	1	26	50
	Arouca	1		
	Aveiro	7		
	Castello de Paiva	2		
	Ilhavo	1		
	Oliveira d'Azemeis	9		
	Oliveira do Bairro	1		
	Ovar	1		
	Sever do Vouga	1		
	Villa da Feira	2		
Beja	Aljustrel	1	2	
	Beja	1		
Braga	Barcellos	1	15	
	Braga	3		
	Celorico de Basto	2		
	Guimarães	5		
	Mondim de Basto	1		
	Povoa de Lanhoso	2		
	Villa Verde	1		
Bragança	Bragança	2	7	
	Carrazeda d'Anceães	3		
	Mogadouro	1		
	Moncorvo	1		

Districtos	Concelhos	Numero de alumnos por conc.	Numero de alumnos por dist.	Total
Transporte.....				50
C. Branco....	Fornos d'Algodres.	1	2	
	Fundão	1		
Coimbra.....	Coimbra	1	1	
Faro.....	Faro	1	1	
Guarda.....	Covilhã	1	4	
	Gouvêa	1		
	Manteigas	1		
	Sabugal	1		
Leiria.....	Alcobaça	1	4	108
	Leiria	2		
	Thomar	1		
Lisboa.....	Lisboa	5	5	
Portalegre ...	Elvas	2	2	
Porto.....	Amarante	3	89	
	Bouças.	2		
	Felgueiras	4		
	Gondomar	1		
	Maia.	1		
	Marco de Canavezes. . . .	1		
	Penafiel	2		
	Povoa de Varzim	3		
	Porto	64		
	Santo Thyrso.	1		
	Villa do Conde	7		
	Villa Nova de Gaya	3		

Districtos	CONCELHOS	NUMERO DE ALUMNOS por conc.	por dist.	TOTAL
Transporte				158
Santarem	Santarem	1	2	
	Sardoal	1		
V. do Castello	Caminha	1	13	
	Melgaço	1		
	Monsão	1		
	Paredes de Coura	1		
	Ponte do Lima	1		
	Valença do Minho	3		
	Vianna do Castello	4		
	Villa Nova da Cerveira	1		
Villa Real	Alijó	4	31	58
	Chaves	5		
	Mezão-frio	1		
	Regoa	6		
	Santa Martha de Penaguião	3		
	Sabrosa	2		
	Villa Pouca d'Aguiar	2		
	Villa Real	8		
Vizeu	Armamar	1	12	
	Lamego	1		
	Nellas	1		
	Sinfães	2		
	Resende	1		
	Vizeu	2		
	Vouzella	4		

Distr ictos	CONCELHOS	NUMERO DE ALUMNOS por cons.	por dist.	TOTAL
Transporte				216
ILHAS ADJACENTES				
Angra do H...	S. Jorge	1	1	
Horta	Horta	1	1	
POSSESSÕES ULTRAMARINAS				
Goa.....	Aldoná de Bardez	1	2	
	Gôa	1		
AFRICA				
Guiné	Bissau.	1	1	
Moçambique ..	Soffala.	1	1	21
Argel (Col. fr.)	Miline	1	1	
PAIZES ESTRANGEIROS				
Brazil.....	Nictheroy	1	12	
	Rio de Janeiro	9		
	Pará	1		
	Pernambuco	1		
Hespanha	S. Salvador de Padrões . .	1	1	
França	Steenwerk	1	1	
	Total.....			237

Quadro do exercicio dos cursos no anno lectivo de 1888 a 1889

DESIGNAÇÃO DAS CADEIRAS	ABERTURA	ENCERRAMENTO	Numero total das lições	Duração das lições por dia	Numero de horas semanaes
1.ª—Geometria analytica no plano e no espaço; trigonometria espherica; algebra superior.	20 d'outubro de 1888	22 de junho de 1888	71	2 h.	6
2.ª—Calculo differencial e integral . . .	19 » »	21 » »	72	2 »	6
3.ª—Mecanica; cinematica	18 » »	25 » »	82	2 »	6
4.ª—Geometria descriptiva	19 » »	21 » »	73	2 »	6
5.ª—Astronomia e geodesia.	20 » »	25 » »	56	2 »	6
6.ª—Physica	20 » »	25 » »	64	2 »	6
7.ª—Chimica inorganica	19 » »	27 » »	80	2 »	6
8.ª—Chimica organica e analytica . . .	18 » »	25 » »	77	2 »	6
9.ª—Mineralogia e geologia.	18 » »	25 » »	72	2 »	6
10.ª—Botanica.	19 » »	21 » »	65	2 »	6
11.ª—Zoologia	18 » »	21 » »	70	2 »	6
12.ª—Resistencia de materiaes.	19 » »	21 » »	66	2 »	6
13.ª—Hydraulica e machinas.	18 » »	22 » »	73	2 »	6
14.ª—Construcções	19 » »	25 » »	66	2 »	6
15.ª—Montanistica e docimasia	19 » »	21 » »	68	2 »	6
16.ª—Economia politica	13 de novembro »	25 » »	40	2 »	6
17.ª—Commercio	20 d'outubro »	25 » »	69	2 »	6
18.ª—Desenho.	19 » »	22 » »	83	2 »	6

Alumnos premiados e distinctos no anno lectivo de 1888 a 1889

2.ª CADEIRA

(Calculo differencial e integral)

Accessit com 17 valores: Francisco Antonio Lopes; com 16 valores: Alvaro d'Azevedo Albuquerque.

6.ª CADEIRA

(Physica geral)

Accessit com 16 valores: Alberto de Sousa Maia Leitão e Francisco Antonio Lopes — *distincções* com 15 valores: Antonio dos Santos Castro e Joaquim Arantes Pereira.

7.ª CADEIRA

(Chimica inorganica geral)

Accessit com 17 valores: Alberto de Sousa Maia Leitão; com 16 valores: Joaquim Arantes Pereira — *distincções* com 15 valores: Adão José d'Oliveira e Antonio dos Santos Castro.

8.ª CADEIRA—1.ª E 2.ª PARTE

(Chimica organica e biologica, e chimica analytica)

Accessit com 17,5 valores: Clemente Joaquim dos Santos Pinto; com 16 valores: Joaquim Arantes Pereira e José Gonçalves d'Araujo — *distincção* com 15 valores: D. Guilhermina de Moraes Sarmento.

8.ª CADEIRA—2.ª PARTE

(Chimica analytica)

Distincção com 15 valores: José Vicente da Silva Senna.

9.ª CADEIRA

(Mineralogia, geologia e paleontologia)

Premio pecuniario com 19 valores: Alfredo Augusto Lisboa de Lima.

10.ª CADEIRA

(Botanica)

Premio pecuniario com 19,5 valores: Annibal Augusto Trigo.

11.ª CADEIRA

(Zoologia)

Premio pecuniario com 18 valores: Clemente Joaquim dos Santos Pinto — *distincção* com 15 valores: José Gonçalves d'Araujo.

18.ª CADEIRA—2.ª PARTE

(Desenho de architectura e aguadas)

Premio honorifico: Alvaro d'Azevedo Albuquerque— *accessit:* Francisco Antonio Lopes e Antonto Corrêa de Magalhães Ribeiro Junior—*distincções:* João Luiz Carrilho, Antonio Amorim Pires Toste, Luiz Couto dos Santos e D. Ritta de Moraes Sarmento.

18.ª CADEIRA—3.ª PARTE

(Desenho topographico e desenho de machinas)

Distincção: Guilherme Maria Rodrigues Bello.

Premio instituido pelo Director, para o melhor estudante que tenha concluido as quatro primeiras cadeiras da secção de Mathematica, o qual consiste n'uma collecção do «Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas»

Guilherme Maria Rodrigues Bello.

Premio offerecido pelo Ex.mo Snr. Ascencio de Freitas Pimentel Soromenho (residente na Australia), para o melhor alumno do curso d'engenheria

Em 1886-87 } José Alves Bonifacio.
» 1887-88 }
» 1888-89 Ricardo Severo da Fonseca Costa.

Classificação dos alumnos que terminaram o 3.º anno do curso de engenheria no anno lectivo de 1888 a 1889

1.ª CLASSE

1.º—Guilherme Maria Rodrigues Bello.
1.º—Gregorio Corrêa Pinto Rolla.

2.ª CLASSE

1.º—Paulo Ferreira.
2.º—Ruy da Rocha e Castro.
2.º—Carlos Alberto Vianna Pedreira.

3.ª CLASSE

1.º—Manoel Gonçalves d'Araujo.
2.º—Antonio Xavier Gomes dos Santos.
3.º—Vasco Ortigão de Sampaio.
4.º—Antonio Luiz Soares Duarte.

---

ctivo de 1888-1889

	tubro		Medias dos valores	Alumnos candidatos a premios	Alumnos classificados				
	Reprovações	Total			Premio pecuniario	Premio honorifico	Accessit	Distincção	Total
1.ª	2	7	11,15	3	—	—	—	—	—
2.ª	—	5	11,56	6	—	—	2	—	2
3.ª	1	3	13,78	4	—	—	—	—	—
4.ª	—	1	10,75	—	—	—	—	—	—
5.ª	1	2	10,75	—	—	—	—	—	—
	—	1	10,5	—	—	—	—	—	—
6.ª	—	—	11,77	—	—	—	—	—	—
7.ª	10	41	12,13	20	—	—	2	2	4
8.ª	6	18	12,39	19	—	—	2	2	4
	—	—	14,5	—	—	—	—	—	—
	2	14	13,14	2	—	—	—	1	1
	—	—	20,	1	—	—	—	—	—
9.ª	11	27	14,83	11	—	—	3	1	4
10.ª	—	2	16,9	4	1	—	—	—	1
11.ª	—	—	12,76	5	1	—	—	—	1
12.ª	—	—	12,63	14	1	—	—	—	2
13.ª	—	—	14,25	2	—	—	—	—	—
14.ª	—	—	12,8	5	—	—	—	—	—
15.ª	—	—	14,	3	—	—	—	—	—
16.ª	—	—	11,2	2	—	—	—	—	—
	—	—	14,	1	—	—	—	—	—
17.ª	—	—	12,	—	—	—	—	—	—
18.ª	—	—	17,9	1	—	—	—	—	—
	—	1	—	—	—	1	2	5	8

Designação dos alumnos que tiraram carta de capacidade de cursos da Academia no anno lectivo de 1888 a 1889

Nomes e designação do curso	Data em que foi conferida a carta de curso
Engenheiros civis d'obras publicas	
Antonio Rigaud Nogueira	2 d'agosto de 1889.
Filippe de Sousa Carneiro Canavarro.....	11 de dezembro de 1889.
Raymundo Ferreira dos Santos.	6 d'agosto de 1889.
William Macdonald Smith.....	18 de julho de 1889.

IV

Biographia

JOSÉ VICTORINO DAMASIO

ELOGIO HISTORICO

DE

JOSÉ VICTORINO DAMASIO

Lente da Academia Polytechnica do Porto

POR

J. F. Nery Delgado

(Discurso lido perante a Associação dos engenheiros civis portuguezes, por occasião da inauguração do retrato do illustre general na sala das suas sessões, em 30 de Dezembro de 1876). (1)

O anno de 1875 roubou do nosso gremio, entre outras preciosas existencias, a de um respeitado collega, que para alguns nos foi dedicado amigo, para muitos mestre e conselheiro, para todos modelo digno de imitar-se.

Esse espelho de virtudes e sabedoria, a que jámais a minima sombra empanou o brilho, chamava-se José Victorino Damasio.

(1) A redacção do *Annuario* agradece ao illustre biographo de José Victorino Damasio, o sabio director da sessão dos trabalhos geologicos do paiz, a sua aquiescencia ao pedido que lhe foi feito de permittir a publicação do seu trabalho n'este *Annuario*; e ao ex.mo snr. José Guilherme Parada e Silva Leitão, distincto lente cathedratico no Instituto Industrial e Commercial do Porto, a cedencia do retrato, que se acha reproduzido em gravura n'este *Annuario*.

Encarregado pela illustre direcção transacta, em sessão de 6 de novembro, de vir commemorar n'esta occasião solemne os factos mais notaveis da vida do nosso consocio, acceitei sem hesitar o honrosissimo convite, não por confiar nas proprias forças, que são diminutissimas, mas esperançado em que os meus illustrados collegas suppririam com as suas luzes a deficiencia quasi absoluta da escolha que tinham feito. Se algum titulo, na verdade, determinou a preferencia do menos habilitado de entre todos para tão difficil encargo, foi certamente a respeitosa admiração, a quasi cega veneração, que sempre votei a esse nobilissimo caracter, e não menos as intimas ligações, que desde a infancia me prendem a um outro collega nosso, que pelas suas relações de parentesco com o illustre finado, melhor poderia haver os esclarecimentos precisos para me desempenhar d'esta tarefa. Acceitei pois o encargo, e venho cumprir um dever de honra, prestando esta derradeira homenagem ao que, ainda não ha muito, sentado entre nós, illuminava com o seu vasto saber as deliberações d'esta assembléa.

Muitas foram as pessoas, que tiveram a bondade de auxiliar-me n'este trabalho. Citando em primeiro logar a respeitabilissima viuva do nosso mallogrado consocio, a ex.ma sr.a D. Maria Thereza Ripamonte Damasio, que teve a insigne generosidade de me confiar todos os documentos guardados por seu illustre marido; devo mencionar tambem mui especialmente o sr. João José da Costa Basto, cunhado do general Damasio, e os nossos collegas, os srs. Carlos Ribeiro, José de Parada e Silva Leitão e Valentim do Rego, que todos me prestaram valiosissimos esclarecimentos. E' a elles que a associação deverá considerar como os verdadeiros biographos do nosso egregio consocio; a mim compete-me patentear-lhes a expressão do mais profundo e sincero reconhecimento.

O general de brigada José Victorino Damasio, filho de José Antonio Damasio e da sr.a D. Maria Magdalena Damasio, nasceu na villa da Feira, aos 2 de novembro de 1807. Descendente de paes honestissimos, se não herdára d'elles a nobreza que dão os titulos hierarchicos, possuia, o que mais vale, a que dão a virtude e os merecimentos.

Como Eugenio Flachat, o grande engenheiro encyclopedico, o nosso consocio veiu ao mundo nos alvores d'este seculo, sob o influxo da magestosa convulsão que abalava a Europa nos seus antigos alicerces; e pelo seu pensar, pelo seu espirito infatigavel, pela sua indole laboriosa e benefica, póde dizer-se que bem pertencia a este seculo.

Os primeiros annos da sua adolescencia passou-os em Aveiro, e depois em Coimbra, onde estudou humanidades; entrando para a universidade, e matriculando-se nas faculdades de mathematica e philosophia, no anno lectivo de 1826-1827. Achava-se pois cursando o segundo anno d'estas faculdades, quando rebentou no Porto o movimento liberal de 1828.

José Victorino Damasio, cedendo aos impulsos da sua alma generosa e enthusiasta, prompto abraça o movimento revolucionario, e vae alistar-se no corpo de voluntarios academicos, como cabo da segunda companhia, em 20 de maio d'aquelle anno. E' então que o vemos entrar na vida publica, praticando desde esse momento uma serie não interrompida de façanhas, que para sempre inscreverão o seu nome indelevelmente entre os dos nossos mais illustres compatriotas.

Na vida de José Victorino Damasio temos que considerar uma triplice existencia: primeiro a de soldado; mais tarde a de revolucionario (digamos sem hesitação o termo, de que elle se ufanava, e que exprime uma das feições dominantes e mais proficuas do seu caracter); e no ultimo e mais largo periodo da sua vida, e tambem preenchendo os ocios da quadra precedente, a de homem de sciencia.

Sob estes tres aspectos o consideraremos, apontando um ou outro rasgo, que nos patenteie com a verdade, que elle tanto prezava, aquelle ser privilegiado.

Alistado no batalhão academico, e tendo assistido á acção da Cruz dos Morouços, retira para o Porto com o exercito liberal, distinguindo-se já então pela serenidade e sangue frio como quem expõe a vida, cobrindo na rectaguarda do exercito uma leva de presos politicos e prisioneiros, que fôra encarregado de custodiar.

Como é sabido, o movimento militar de 1828, para

restaurar a carta constitucional, abortou. Quando a junta do Porto, por motivos ainda hoje mal definidos, se vê forçada a abandonar a séde do governo, emigrando para Galliza, José Victorino Damasio acompanha-a. Depois, seguindo para o exilio, embarca no Ferrol para Plymouth, e não passados seis mezes parte para a ilha Terceira, onde desembarca em fevereiro de 1829, illudindo a vigilancia do bloqueio inglez. Nos Açores toma parte nas expedições para a tomada das ilhas do Pico, de S. Jorge e de S. Miguel, junto a essa pleiade de bravos, que tres annos depois vem assegurar no continente o triumpho das idéas liberaes, desembarcando nas praias do Mindello.

N'este primeiro acto da sua vida militar ha que registrar um facto notabilissimo, que attesta a grandeza de alma, a inquebrantavel coragem e abnegação sem limites, de que o nosso consocio era dotado.

Quando a divisão constitucional retirou do Porto, fel-o tão precipitadamente, que nem tempo houve para recolherem alguns dos seus destacamentos e piquetes avançados. Um d'esses destacamentos, pertencente ao batalhão academico, não tendo recebido aviso algum, ficou abandonado e em situação arriscadissima na margem esquerda do Douro, como que entregue ao inimigo. Quando isto constou aos academicos, que, se primavam em valor, não primavam em disciplina, todo o batalhão, de voz em grita, reclamou do seu commandante a salvação do destacamento. O commandante, com prudentes rasões, tentou dissuadil-os da sua exigencia, ponderando-lhes que o destacamento cumprira o seu dever não se retirando sem prévia ordem, mas que para lh'a transmittir seria necessario sacrificar, e inutilmente, mais gente, porque a cidade estava já dominada pelo inimigo. Não se accommodando os academicos com estas exhortações, o commandante disse-lhes, que não ordenava a ninguem que fosse avisar o destacamento, mas se alguem se quizesse aventurar a fazêl-o, elle não se opporia. Mal tinham soado estas palavras, José Victorino dá dois passos em frente, e com o assentimento do commandante e pasmo dos camaradas parte a cumprir a brilhante missão, que se havia imposto. Ora, para realisar o intento, tinha não só de atravessar a cidade de norte a sul,

mas tambem de passar o Douro, o que não podia fazer pela ponte de barcas, que já estava tomada. Este impossivel relativo venceu-o a tenacidade e imperturbavel sangue-frio do nosso heroe, que emfim conseguiu salvar os seus camaradas, desembarcando em Massarellos, e rompendo com elles a custo por entre a populaça infrene, que já acclamava o exercito realista á sua entrada triumphal no Porto (1).

Tendo sido despachado segundo tenente do primeiro batalhão de artilheria por decreto da regencia da ilha Terceira de 10 de novembro de 1831, assistiu como official a todas as acções do cerco do Porto, deixando inscripto o seu nome com letras de oiro na historia d'essa lucta memoravel. Os serviços que então prestou, são bem conhecidos de todo o exercito; o seu comportamento, sempre exemplar, tocou muitas vezes as raias do heroismo.

Duas vezes ferido gravemente e uma vez contuso, teve parte a mais gloriosa nas acções que se feriram nos dias 24 de janeiro, 4 e 24 de março, 5 e 25 de julho para a defeza da cidade do Porto.

No dia 4 de março, commandando a artilheria de campanha no alto do Pastelleiro, viu caír ao seu lado, mortos ou feridos, todos os artilheiros que commandava; e gravissimamente ferido, varado por uma bala, não consentiu em ser substituido no seu posto de honra: só o foi quando a perda de sangue o prostrou desfallecido junto das suas peças. O seu brioso comportamento n'este dia, e nas acções de 24 de janeiro e 24 de março, valeu-lhe um elogio especial do marechal Saldanha, o posto de primeiro tenente por distincção, e o grau de cavalleiro da Torre e Espada, que bem poucos alcançavam n'aquella epocha.

No dia 25 de julho, estando doente de cholera no

(1) E' uma das praças d'esse destacamento e nosso consocio, o sr. José de Parada e Silva Leitão, que deveu, assim como os seus companheiros, a vida a José Victorino Damasio, que faz esta narrativa; appellando para o testemunho de alguns outros academicos, ainda vivos, que faziam parte do mesmo destacamento, e citando especialmente o nome do sr. conselheiro José Silvestre Ribeiro, o que era aliás desnecessario, porque para asseverarmos o facto basta-nos a respeitavel auctoridade do nosso collega.

hospital, mal sabe que o vencedor de Argel quer accrescentar as suas glorias militares á custa das liberdades portuguezas, levanta-se da cama, e corre a apresentar-se no reducto de Wanzeller, o ponto mais fortemente atacado por Bourmont, e ahi toma o commando de uma divisão de artilheria. Pela sua coragem e impavidez, José Victorino Damasio muito contribuiu para se obter a victoria n'esse memoravel dia, em que se feriu uma das acções mais renhidas de todo o cerco do Porto. Esperando, sem se perturbar com a presença de forças muito superiores, o momento em que mais proficuamente poderia empregar a sua arma, tão acertadamente o fez, que desde logo a victoria se declarou pelo lado dos liberaes. Certificam este facto os seus companheiros d'armas, e confirma-o a nomeação de official da Torre e Espada, que por esse motivo obteve (1).

Na historica ordem do dia de 8 de abril de 1833, em que se galardoaram os feitos mais notaveis d'aquella lucta ingente, e se distribuiram recompensas aos mais bravos de entre os bravos, José Victorino Damasio é o unico que recebe duas distincções: um posto de accesso e o grau de cavalleiro da Torre e Espada! N'essa mesma ordem o coronel graduado Francisco Xavier da Silva Pereira, o depois bem conhecido barão e conde das Antas, *obtinha simplesmente* o habito de Nossa Senhora da Conceição, *por ter atacado intrepidamente* (na acção de 24 de março)

---

(1) Trasladaremos para aqui textualmente, com a sua singela eloquencia, o que dizem os documentos officiaes, que tivemos occasião de consultar.

Na ordem do dia n.º 71 de 8 de abril de 1833, publicada no n.º 85 da *Chronica Constitucional* do Porto, lê-se o seguinte:

Artilheria — Estado maior. — Primeiro tenente, o segundo tenente do mesmo batalhão (1.º), José Victorino Damasio, por seu valor e distincto comportamento no mesmo dia (4 de março) commandando duas bôcas de fogo de campanha no Alto do Pasteleiro.

.....

Pelas acções de 21 de janeiro, 4 e 24 de março. — Com o grau de cavalleiro da antiga e muito nobre ordem da Torre e Espada, do Valor, Lealdade e Merito:

O segundo tenente de artilheria, José Victorino Damasio. — Por se haver conduzido de um modo superior a toda a expressão; tendo sido atravessado com uma bala, apenas se lhe fez a primeira cura, voltou ao seu posto, tornou a tomar o commando da sua peça, e só á força de repetidas ordens expressas consentiu em se retirar.

a posição das Antas, obrigando o inimigo a abandonal-a, conduzindo-se com a sua costumada bravura.

Cessam as luctas d'aquelle tempo, e o nosso consocio retoma os estudos na universidade, cursando com distincção as duas faculdades de mathematica e philosophia, e recebendo o grau de bacharel em 15 de junho de 1837. N'esse mesmo anno, em 27 de novembro, foi despachado lente da terceira cadeira da Academia polytechnica do Porto (geometria descriptiva e suas applicações); mas só tomou posse d'este logar em 14 de fevereiro de 1838, conservando-se até então no serviço militar, certamente em consequencia das occorrencias politicas que n'essa epocha se deram, e em que desempenhou um papel importante, militando sempre no campo de idéas mais avançadas.

Entregue aos deveres do magisterio, José Victorino Damasio foi um dos ornamentos da corporação a que pertencia; e ao trabalho assiduo n'esse periodo tranquillo da sua vida deveu o grande cabedal de conhecimentos theoricos e praticos, que adquiriu, e que ao depois tão admiravelmente soube utilisar.

Tendo vagado, pela demissão voluntaria do respectivo lente, a sexta cadeira do curso da academia, na qual se ensinavam construcções publicas, o nosso consocio, por amor da sciencia e do estabelecimento em que servia, offereceu-se para leccionar estas disciplinas, o que executou, sem receber nenhum estipendio, desde 1840 até 1851, epocha em que a sua saude profundamente deteriorada o forçou a saír do Porto, indo buscar nos ares da Madeira allivio aos seus padecimentos.

Sendo definitivamente supprimida a sexta cadeira por decreto com sancção legislativa de 20 de setembro de 1844, o conselho academico deliberou que o curso de construcções fosse de facto encorporado na terceira cadeira, que Damasio tinha de propriedade, fazendo o objecto da segunda parte de cada anno lectivo: tratando-se no primeiro anno de resistencia dos materiaes empregados nas construcções, estabilidade d'estas e estudo das machinas; no segundo anno da construcção das estradas e pontes; e no terceiro anno principios de hydraulica e

construcções hydraulicas: sendo leccionadas na primeira parte do anno lectivo a mechanica e a geometria descriptiva. Foi isto o que o conselho resolveu, mas para ser executado temporariamente, emquanto o governo não tomava uma resolução, porque bem conhecia que esforço sobrehumano isto não comportava. Para dar, porém, melhor desenvolvimento ao estudo, José Victorino regia duas aulas diariamente, uma de mechanica ou de geometria descriptiva, e outra de construcções publicas, ampliando ainda este curso com o estudo da construcção das machinas de vapor e locomotivas.

E como se este colossal trabalho não bastasse para dar pasto á sua portentosa actividade, obedecendo aos generosos impulsos do seu coração magnanimo, offereceu-se para reger gratuitamente a cadeira de um seu collega, Antonio Luiz Soares, que se vira forçado a ausentar-se de Portugal depois dos desgraçados acontecimentos de 1847, obstando por esta fórma á sua demissão.

Um similhante acto de philantropia tinha já praticado anteriormente para com outro seu collega, Diogo Kopke, que substituiu temporariamente na regencia da cadeira de astronomia, para lhe ser conservado o vencimento durante uma grave enfermidade, de que a final succumbiu.

Assim, segundo a sua propria declaração, houve anno em que regeu simultaneamente tres cadeiras, recebendo todavia retribuição sómente por uma!

Em 1842, durante a construcção de ponte pensil do Porto, examinou e vigiou constantemente os trabalhos, assistindo á abertura dos poços, á collocação dos cylindros de fricção e das amarras, e ao atracamento d'esta nos poços de amarração; e coadjuvou efficazmente o engenheiro Bigot na resolução de todos os calculos relativos á resistencia das amarras, e á estabilidade e equilibrio da ponte, empregando as formulas de Navier, e comparando os resultados obtidos com os que o mesmo engenheiro alcançára pelos processos graphicos, usados na escóla de artes e manufacturas.

Organisada a companhia das obras publicas de Portugal em 1845, José Victorino Damasio foi chamado para o seu serviço em 2 de julho, e encarregado superiormente

da construcção da estrada do Alto da Bandeira aos Carvalhos, onde revelou os seus altos dotes como engenheiro. Ahi empregou o systema de cylindragem de Polonceau (n'essa epocha desconhecido em Portugal, e mesmo mal acceite por alguns dos nossos engenheiros superiormente collocados), e para esse fim traçou os moldes e dirigiu a construcção do grande cylindro de ferro coado, ainda ha pouco, se não ainda hoje, empregado n'aquelle districto.

Foi tambem por essa epocha, 1845-1846, que o nosso consocio redigiu com mais tres collegas o *Industrial portuense*, primeiro periodico d'aquella indole que se publicou no nosso paiz, e que elle teve a gloria de fundar.

Achando-se ao serviço da companhia das obras publicas, o qual acceitou para satisfazer a sua paixão pelo estudo das sciencias applicadas, teve de interromper temporariamente o serviço do magisterio para desempenhar uma importante commissão no estrangeiro, para a qual fôra convidado pela *muita confiança que a direcção depositava na sua illustração e probidade.*

O nosso collega partiu effectivamente para França no principio de dezembro de 1845, munido de amplas instrucções, pelas quaes era encarregado da compra de diligencias e de carros de transporte para servirem nas estradas do Minho; da escolha de modelos e compra de carruagens de posta e outros vehiculos mais acommodados ás outras estradas do paiz; da inspecção dos estabelecimentos mais notaveis da Inglaterra, França e Belgica, com o fim de se estabelecer no nosso paiz um *arsenal de obras publicas*, onde houvesse machinas de serrar e apparelhar madeira, de aplainar, furar e tornear peças de ferro para carruagens, wagons, locomotivas, etc.; de estudar o systema de administração e contabilidade empregado n'estes estabelecimentos; emfim de escolher aquelles para onde se deveriam mandar artifices habeis, para importar no nosso paiz a prática d'estas diversas industrias.

Tão vasto problema não chegou porém a ser resolvido, porque os acontecimentos politicos do anno seguinte fizeram suspender os trabalhos, e, como é sabido, a companhia das obras publicas teve de liquidar as suas contas com o governo.

Regressando Damasio a Portugal em agosto de 1846, no meio da effervescencia politica que avassallava o paiz, cessando os trabalhos productivos de que fôra incumbido, fecha os livros de professor, e eil-o outra vez lançado na vida tormentosa da politica.

Como espirito convictamente liberal, José Victorino Damasio poz o esforço do seu braço e da sua robusta intelligencia ao serviço da junta do Porto, prestando á revolução popular os mais assignalados serviços. Variadas e penosas commissões lhe foram incumbidas, e de todas se desempenhou como cumpria ao seu provado zêlo, estremado valor e abalisados talentos militares. Foi encarregado de apromptar armas no Trem do Oiro; de artilhar as linhas do Porto; do commando da guarnição do Castello da Foz, quando para ali foi conduzido preso o nobre duque da Terceira; e nomeado chefe do estado maior general, foi elle o official escolhido para dirigir as obras do cerco do castello de Vianna, de tal modo executadas, que a guarnição teve de abandonal-o, apertada pela fome.

A illimitada confiança, que a junta depositava no caracter impolluto de José Victorino Damasio, levou-a a conferir-lhe o commando de uma columna de operações no Alto Minho, que fez o assedio de Valença, com o designio de isolar esta praça do resto da provincia. Esta columna, composta apenas de tres batalhões de voluntarios, pela firmeza e intrepidez do seu chefe, soube conter sempre em respeito a guarnição da praça, repellindo-lhe todas as sortidas.

Deplorando, como devemos, os desvarios d'essa epocha infausta das nossas discordias civis, como quer que fossem extremados os campos que cada um abraçou a verdade historica pede que se diga, que José Victorino Damasio desempenhou n'essa occasião um papel eminente, pelo seu esforçado valor e acrisolado patriotismo.

Homem de partido e de profundas convicções politicas, mas antes de tudo portuguez de lei, não lhe soffreu o animo vêr calcado o solo patrio por um exercito estrangeiro, que de mais assignalava a sua entrada em Portugal pela violação de um armisticio, atacando sem prévia intimação as forças populares, e respondendo com duas des-

cargas á queima-roupa sobre o seu chefe, que se adiantára para lhe notificar a suspensão das hostilidades.

Cabe aqui consignar um rasgo notavel, que ao mesmo tempo expressa a bondade da sua alma, e a enèrgia do seu animo inquebrantavel.

Approximava-se a divisão hespanhola da fronteira portugueza, e era já inevitavel o levantamento do cerco. O seu antigo camarada, o coronel de artilheria Alexandre Pinto, por um sentimento assás louvavel veiu procural-o, e diz-lhe: «Sabes, amigo, que forças vem ahi para te bater?» «Não. Quando fomos camaradas nos combates, contámos alguma vez os inimigos?» Deram-se um abraço, e ambos se apartaram contristados.

Poucos momentos depois era abandonado por dois dos batalhões que commandava; e restando-lhe apenas firme o segundo batalhão de artistas, com elle fez face ao ataque dos hespanhoes em forças triplicadas ás suas batendo-se até esgotar as poucas munições de que dispunha. Por fim, cobrindo com uma companhia a retirada d'aquelles bravos, foi elle o ultimo a abandonar o campo, marchando sempre a bastante distancia dos seus soldados para poder servir de alvo ás balas inimigas!

A bravura e estoica impavidez, que ostentou n'esse dia memoravel, em que, com heroica abnegação, tendo em nenhuma conta a propria existencia, só pensou em salvar a honra do paiz vilipendiado pela affronta de uma invasão estrangeira, seria assumpto bastante para lhe tecer uma corôa immarcescivel, se a sua fronte não estivesse já laureada por tantos feitos brilhantissimos.

Da sua bôca ouvimos, poucas semanas antes de fallecer, e quando o julgavamos ainda no vigor da vida, a narração d'este feito glorioso, que elle acobertava com a maior modestia, e que depois vimos copiosamente desenvolvido em varias publicações contemporaneas, e nos documentos que compulsámos e sobre o que baseamos este escripto.

O heroico comportamento de José Victorino Damasio n'aquelle transe angustioso, mereceu o reconhecimento da junta, que lh'o manifestou n'um documento honrosissimo, assignado pelos seus membros, e que lhe foi transmittido

com uma carta do ministro da guerra. Tambem no animo do proprio general Concha causou tão funda impressão o seu procedimento, que, diz-se, apenas chegado ao Porto, pediu para conhecer o que elle intitulava «general Damasio».

Terminada a guerra civil, e assignada a convenção de Gramido, o nosso consocio abandona a vida militar, e dá a sua demissão de official do exercito por uma declaração escripta, que vae elle proprio entregar no quartel general da divisão militar do Porto. Volve então a vida mais tranquilla, entregando-se novamente ao professorado, e dedicando o seu tempo, as suas forças e a sua superior intelligencia ao aperfeiçoamento dos variados ramos da nossa industria fabril.

Foram muitos e importantissimos os serviços que José Victorino Damasio então prestou ao paiz, e em especial a diversas fabricas e estabelecimentos particulares.

Em 1848, de sociedade com dous outros cavalheiros, os srs. Joaquim Ribeiro de Faria Guimarães e Joaquim Antonio da Silva Guimarães, fundou a fabrica de fundição do Bolhão, cuja direcção technica assumiu, e onde introduziu a importante industria do fabrico da louça de ferro fundido esmaltada, e estanhada a banho. Foi n'este estabelecimento por elle dirigido, que se fez a primeira draga fabricada, que nós saibamos, no paiz, sendo toda a ferragem obrada unicamente á forja, sem o emprego de lima, innovação que então obteve os applausos dos entendidos. A machina da primeira fabrica de cordoaria mechanica, que se estabeleceu no Porto, tambem foi construida sob a sua direcção, vendo-se por esse motivo forçado a estudar nos ultimos pormenores esta industria. Foi igualmente debaixo das suas vistas que se procedeu ao assentamento da primeira machina de vapor que teve o Porto, a da fabrica de fundição da rua do Rosario. Agora, ensina a um fabricante o modo de ondear a seda, mandando construir uma machina muito simples e apropriada ao intento. Logo, explica a outro industrial o processo metallurgico para o tratamento do estanho, dirigindo a construcção de um forno, e o seu trabalho nos primeiros ensaios.

Emfim, a sua fecunda intelligencia amolda-se a todas

as exigencias, adapta-se aos mais variados misteres; e nunca um industrial ou operario recorre ao seu conselho, que não o obtenha seguro, esclarecido, e dado sempre com a maior affabilidade e desinteresse.

Para ainda avaliarmos os sentimentos patrioticos e inexcedivel abnegação do nosso collega, deve saber-se que em 1849 lhe fôra offerecido pelo abastado industrial brazileiro o sr. Ireneo Evangelista de Sousa, depois barão de Mauá, um importante logar no seu notavel estabelecimento da Ponta de Areia, onde havia differentes engenheiros, dirigindo officinas de fundição propriamente dita, de serralheria, estaleiros de construcção naval e um laboratorio galvano-plastico, occupando uns mil operarios. Apesar das grandes vantagens pecuniarias e do attractivo que devêra offerecer-lhe, mórmente n'aquella epocha, tão vasto campo aberto ás suas explorações, o nosso consocio muito cortezmente declinou o convite, allegando os seus compromissos na fabrica de fundição do Bolhão, *onde*, dizia elle, *dois seus amigos tinham empenhada grande parte da sua fortuna; e o estar regendo na Academia Polytechnica a cadeira de um seu amigo, que motivos politicos tinham obrigado a ausentar-se da patria, obstando com este serviço gratuito á sua demissão.*

Em 1854 foi outra vez vivamente instado pelo mesmo industrial, e por um seu amigo tambem residente no Rio de Janeiro, para tomar a direcção superior do mesmo estabelecimento, e novamente rejeitou a offerta.

Tambem foi convidado (ignoramos a epocha precisa em que isso succedeu) para ir assentar e fazer funccionar differentes machinas empregadas na industria extractiva dos productos agricolas em Hespanha, offerecendo-se-lhe uma avultada remuneração: respondeu que emquanto podesse prestar serviços ao seu paiz, não iria para o estrangeiro.

A quantos dissabores o nosso consocio não se teria poupado durante a sua vida, se não fôra a sua abnegação e desinteresse!

O movimento revolucionario de 1851, conhecido pelo nome de «regeneração», veiu encontrar Damasio no cumprimento dos deveres do professorado e nas suas occupa-

ções industriaes; mas tinha sido funda a impressão que os acontecimentos de 1846-1847 lhe tinham gravado na alma, para que a menor faisca não podesse reaccender o seu enthusiasmo politico.

Estranho de principio ao movimento revolucionario, quando vê periclitar a causa do marechal Saldanha, subitamente lhe disperta a natural energia, e toma a defeza d'ella com todo o esforço e dedicação de que era capaz.

Foi José Victorino Damasio quem, com a sua poderosa iniciativa, mais contribuiu para que fosse restituido á patria o nobre duque, já refugiado em Lobios; é a elle que principalmente cabe a honra insigne de ter, pela sua temeraria resolução, salvado do exilio o illustre general, que n'outros tempos mais de uma vez o havia conduzido á victoria (1).

O nobre marechal, profundamente reconhecido por este inapreciavel serviço, por differentes modos quiz manifestar a sua gratidão; porém José Victorino com a maior

---

(1) Quando os progressistas, de accordo com os partidarios do nobre marechal Saldanha, trabalhavam no Porto para o triumpho da revolução, Damasio sustentou sempre que os sargentos e soldados a fariam, embora se oppozessem os commandantes e officiaes. Dizendo-lhe um seu correligionario politico, que o nobre duque, bastante mortificado, se havia retirado para Hespanha, e que a revolução já não podia realisar-se, porque diversos officiaes com quem o marechal contava estavam presos, e outros elementos mais lhe tinham falhado, Damasio respondeu: «Pois se a revolução não se faz com os officiaes, faz-se com os sargentos». E quando, presos na Relação os sargentos de dois corpos, os mais animosos julgaram a causa perdida, e os contrarios já cantavam victoria, perguntando-se a José Victorino o que havia a fazer n'aquellas circumstancias, elle respondeu simplesmente: «agora faz-se a revolução com os cabos»; e assim succedeu.

José Victorino, não querendo figurar ostensivamente á frente da revolução, apesar de muito instado para isso, foi todavia quem acompanhou a casa do sr. Miller, em Campanhã, Salvador da França, o qual convenientemente disfarçado foi d'alli conduzido pelo braço dos dois, na noite da revolução, para uma casa no campo de Santo Ovidio, e depois introduzido clandestinamente no quartel com chaves feitas na fabrica do Bolhão. No transito os agentes da policia surprehenderam-os, e a revolução ainda uma vez esteve perdida; porém José Victorino com o seu habitual sangue-frio, insistiu em que Salvador era um subdito inglez ha pouco chegado do seu paiz, e assim poderam escapar-se.

Ainda depois foi a energica attitude de Damasio, que principalmente tolheu a contra-revolução no Porto, que elle estava disposto a impedir com o auxilio dos seus bravos artistas, e outros operarios das fabricas do Porto.

delicadeza recusou-se sempre a acceitar qualquer significação de recompensa. Qual outro Cincinnato, recolhendo-se á sua fabrica, não queria dos despojos da victoria senão a gloria de ter para ella tão brilhantemente contribuido. O eximio general mandou então lavrar o seguinte decreto, que honra tanto o agraciado como o dador, e que o nosso consocio devidamente apreciava como a maior distincção, que podia ser-lhe conferida.

«Estado maior general. — Attendendo ás eminentes virtudes civicas e militares, que tão especialmente brilham na pessoa do capitão que foi de artilheria, e actual lente da Escóla Polytechnica d'esta invicta cidade, José Victorino Damasio, e á privação que resulta ao exercito dos serviços de um official tão distincto pelos seus profundos conhecimentos, como pelo seu extremado valor: determino, em nome de Sua Magestade a Rainha, que seja restituido á effectividade do posto de capitão da dita arma, como se uma tal demissão nunca tivera logar, encarregando-o desde já da inspecção e direcção do arsenal e trem d'esta cidade do Porto.

«Quartel-general no Porto, 29 de abril de 1851. — *Duque de Saldanha.*»

A commissão, a que este decreto allude, foi porém ephemera ou ficticia; o nosso consocio continuou no serviço da Academia Polytechnica ainda por algum tempo, até que o excessivo trabalho e a inhalação de vapores metallicos nas fabricas lhe arruinaram a saude, ao ponto de dar os mais serios cuidados á sua familia e amigos, e vêr-se forçado a partir para a ilha da Madeira. E' interessante notar (e isto revela bem o seu genio pundonoroso, e a sua quasi incomprehensivel abnegação) que José Victorino Damasio, abandonado já pela medicina, e aconselhando-se-lhe aquella viagem como ultimo recurso para salvar a vida, se negasse obstinadamente a saír do Porto, porque, allegava elle, não lh'o permittiam os seus deveres como lente e como engenheiro. Foi mister que os seus amigos, appellando para o caracter generoso do nobre duque de Saldanha, alcançassem, pelo ministerio da guerra, uma nomeação para elle ir desempenhar n'aquella ilha uma commissão scientifica, recebendo ao mesmo tempo ordem terminante

de seguir para o seu destino no primeiro navio que para ali se dirigisse (1).

Os acontecimentos politicos d'essa epocha operaram todavia n'aquelle ser extraordinario uma profunda transformação. Votado de alma e coração á regeneração politica do seu paiz, emquanto as forças e o ardor dos annos o chamavam áquellas rudes pelejas, realisado em parte o seu ideal, o nosso consocio entrega-se d'ahi em diante aos labores placidos dos estudos de gabinete, e mais especialmente ao estudo das diversas questões da engenheria.

Regressou Damasio da ilha da Madeira completamente restabelecido em julho de 1852. A sua entrada no Porto, no dia 7, foi verdadeiramente triumphal: os seus amigos, industriaes e artistas, em accordo unanime, tinham-lhe preparado uma recepção esplendida, e manifestaram-lhe as maiores demonstrações de affecto, respeito e gratidão.

O pouco tempo que Damasio se demorou no Porto, até ser chamado para o serviço do ministerio das obras publicas, não o passou ocioso. Foi por essa occasião, em agosto de 1852, que por sua intelligente iniciativa se fundou a associação industrial portuense, na qual tantas outras associações tiveram depois a sua origem. Tendo recusado a presidencia da direcção, mas auctorisado por ella e com varios donativos que se obtiveram, creou um laboratorio chimico, e aulas de desenho linear, de ornato, das

---

(1) José Victorino Damasio recebeu uma nomeação do ministerio da guerra *para ir á ilha da Madeira proceder á confecção de alguns trabalhos estatisticos sobre os productos naturaes, que mais conviesse explorar na dita ilha.*

O officio, emanado do commando em chefe do exercito, em que lhe foi transmittida esta ordem, é datado de 20 de outubro, e dirigido ao commandante da 3.ª divisão militar, que deveria recebel-o e dar d'elle conhecimento a Damasio, antes que este recebesse a portaria do ministerio do reino com data de 30, em que lhe é *concedida licença para estar ausente do exercicio da sua cadeira pelo tempo preciso para o seu restabelecimento.*

Vê-se, pois, que José Victorino teve a final de ceder ás instancias dos seus amigos; e franco e verdadeiro, como era, depois de ter recebido a ordem do marechal Saldanha *para tratar da sua saude,* julgou mais curial fazer um requerimento, como fez, pedindo dispensa do serviço, que aliás lhe era impossivel executar.

Ao sr. Parada, que teve a feliz iniciativa d'este *conluio,* deve o paiz mais de vinte e tres annos de serviços do nosso venerado collega, o que certamente é para elle motivo da mais grata satisfação.

linguas franceza e ingleza, e da lingua materna pelo methodo de ensino repentino, as quaes, sendo frequentadas por grande numero de alumnos, póde dizer-se que foram os fundamentos sobre que o governo decretou a creação do instituto industrial d'aquella cidade.

Vivamente impressionado pelo naufragio do vapor *Porto* succedido na barra do Douro em 29 de março d'aquelle anno, fez tambem Damasio pelo mesmo tempo na Foz varias experiencias, com o fim de descobrir o meio de lançar de terra um cabo de salvação para um navio em perigo. O resultado d'essas experiencias, se não foi inteiramente satisfactorio para o fim a que se propunham, (1) deu origem a uma interessantissima descoberta, que, mal de nós, a sua modestia occultou por alguns annos, vindo depois a apparecer publicada em jornaes estrangeiros, sem que nós possamos reivindicar a gloria da prioridade, que nos pertencia. Entretanto, convem que nos demoremos um pouco sobre este ponto, porque é para nós fóra de duvida que o nosso consocio foi quem primeiro descobriu um grave erro, em que n'aquella epocha laboravam os engenheiros de todas as nações. (2)

---

(1) As experiencias tendentes a lançar um cabo de salvação a embarcações em perigo por meio de tiros de morteiro, chegaram a bom termo; mas como complemento indispensavel para a cabal solução do problema, era mister descobrir o meio de levar promptamente o barco salva-vidas com a sua tripulação a uma certa distancia da costa, porque perto da terra o redemoinhar das vagas, e ordinariamente a configuração da costa tornariam demorada, perigosa, e muitas vezes mesmo impossivel, a operação de o lançar á agua. Submettida esta questão ao nosso engenheiro, elle suggeriu a idéa de um *drop salva-vidas*, ou apparelho analogo ao que os inglezes usam para a carga e descarga dos navios a distancia dos portos, mas em aguas tranquillas: fez o modelo e competente orçamento, e depois de submettido á discussão e ao exame dos peritos, mandou-se construir. Ás novas experiencias feitas com este apparelho surtiram excellente effeito, mas por motivos que nos são desconhecidos, o *drop salva-vidas* foi depois desmanchado. Sabemos porém que o morteiro de bronze, que serviu ás experiencias, ainda hoje existe no estabelecimento do salva-vidas, na Foz.

(2) Pede a verdade que se diga que não vi nenhum documento escripto sobre o qual baseie esta affirmativa, a não ser a indicação que encontrei no diario de viagem de 1856, durante o tempo que Damasio esteve em França, onde nas notas que se referem ao dia 15 de maio, se lê que M. Calla (um illustrado industrial parisiense, com fabricas de fundição e de construcção de machinas, o qual tinha aliás feito muitas experiencias sobre a resistencia do ferro) não conhecia nenhumas experiencias sobre a mudança de contextura do ferro pela fractura produzida pela tracção de chofre, quando Damasio tinha adquirido já esse conhecimento pelas experiencias feitas quatro annos antes na Foz. Damasio prometteu dar uma nota das

A descoberta de Damasio consiste em que não póde estabelecer-se distincção precisa entre ferro fibroso e ferro granular, poisque o melhor ferro fibroso passa a granular por effeito de uma explosão instantanea.

O nosso consocio chegou a este resultado, como disse, fazendo repetidas experiencias para lançar um cabo a distancia. Serviu-se para esse fim de um morteiro, que lançava uma bomba presa ao cabo por uma cadeia de ferro. Fez alguns tiros e em todos se partiram as cadeias, notando sempre que a fractura do élo apresentava a textura granular. Desconfiando da qualidade do ferro, e attribuindo o mau resultado das experiencias a esta causa, escolheu elle proprio varões de ferro fibroso da melhor qualidade, e mandou fabricar com elles porções de cadeia, reservando de cada varão um pedaço, para poder comparar depois da experiencia. Assistiu ao fabrico das cadeias, numerou estas e os restos dos varões, de que tinham sido feitas, e novamente procedeu ás experiencias. O resultado foi sempre o mesmo. As cadeias de ferro rebentavam puxadas pela bomba, e mostravam na fractura a textura granular, postoque as barras apresentassem a textura fibrosa. D'aqui concluiu que o ferro fibroso podia passar a granular pela fractura produzida pela tracção de chofre, ou devida a uma força instantanea, como a produzida pela inflammação da polvora.

Se Damasio não teve a gloria scientifica d'esta descoberta, gosou o prazer, para elle decerto mais intimo, de ter salvo por este motivo um negociante honrado de uma pena infamante. Eis o caso.

No dia 1 de agosto de 1855 a cidade de Rouen foi dolorosamente surprehendida pela noticia da explosão de uma caldeira de vapor n'uma fabrica de fiação, por effeito da qual quatorze operarios ficaram horrivelmente feridos, morrendo oito instantaneamente, e tres logo depois. Esta

---

suas experiencias a M. Calla, bem como a um engenheiro de Rouen, com quem se encontrára n'esta cidade no dia 5 de janeiro.

No mais reporto-me á narração feita pelo proprio Damasio a alguns dos nossos collegas, e que tambem eu lhe ouvi, e ao testemunho de varios operarios da fabrica do Bolhão, que assistiram á fundição do morteiro e ao fabrico das correntes, que serviram ás experiencias.

catastrophe consternou a cidade; os jornaes occuparam-se do assumpto; e todos, e especialmente o dono da fabrica, se queixaram do fabricante da machina, poisque, observada a fractura dos estilhaços, se reconheceu que mostravam a textura granular, o que attestava a má qualidade do ferro com que a caldeira tinha sido fabricada. O governo francez mandou syndicar do facto por uma commissão composta de um ou mais engenheiros, de um juiz e do maire de Rouen, e por acaso essa commissão achava-se na mesma hospedaria, onde Damasio fôra alojar-se. Discutindo sobre o assumpto, todos os membros da commissão eram accordes na culpabilidade do fabricante, porque, tendo sido uma das clausulas da encommenda o fabricar a caldeira de chapa de ferro fibroso, via-se que elle tinha faltado a esta condição do contracto, empregando ferro granular de má qualidade. Sendo reconhecido Damasio como engenheiro, e chamado a terreno, fundando-se nas experiencias que quatro annos antes havia feito, expressou a opinião contraria, isto é, que o fabricante podia estar innocente; e como se promptificasse a apresentar esta opinião por escripto, e mesmo a dirigir experiencias tendentes a provar o seu asserto, o resultado foi a commissão adiar a sua resolução, que seria inevitavelmente fatal para o accusado.

Regressando Damasio a Paris, poucos dias depois recebeu um officio do ministro do commercio, o qual lhe communicava a participação que tinha recebido do maire de Rouen, relativamente á conversa que havia feito suspender o voto da commissão de syndicancia, e lhe perguntava se queria encarregar-se de dirigir uma serie de experiencias no sentido de provar a transformação do ferro fibroso em granular, quando sujeito a uma explosão fulminante. O nosso consocio promptificou-se a fazer as experiencias, e para isso foi-lhe concedido um terreno proximo de um parque de artilheria, algumas peças, e o mais que requisitasse. Quando, porém, estavam as cousas preparadas, uma cheia inundou o terreno, onde haviam de fazer-se as experiencias, e tendo Damasio de proseguir na commissão de que havia sido incumbido pelo nosso governo, redigiu umas instrucções, que enviou ao ministro, e não soube

mais das experiencias, mas sim que o fabricante da caldeira tinha sido absolvido.

Por decreto de 14 de outubro de 1852 José Victorino Damasio foi nomeado membro do conselho geral das obras publicas e minas; porém demorou-se no Porto ainda alguns mezes, tomando posse d'este cargo sómente em meiado de janeiro de 1853.

Podemos asseverar que José Victorino, só depois de muito instado pelos seus amigos, acceitou esta nomeação, rejeitando-a por muito tempo, porque, segundo elle allegava, os interesses do estabelecimento fabril que dirigia, imperiosamente exigiam a sua permanencia no Porto. Acceitou-a por se convencer de que o estado carecia dos seus serviços, e de que na sua nova posição talvez podesse ser mais util ao seu paiz. Não era elle homem a quem fascinassem maiores proventos, nem honras ou distincções, que podesse vir a alcançar: oppunham-se a isso a magnanimidade da sua alma, a rectidão do seu juizo, a sua alta independencia e o seu espirito sinceramente democratico. Deu sempre em toda a sua vida sobejas provas de abnegação, recusando terminantemente, e por mais de uma vez, nomeações que muitos se esforçam por alcançar, ainda por bem custoso preço. ¿E para que lhe serviriam a elle essas honras, se na estima publica, no respeito e na admiração dos collegas e dos amigos, e na consciencia da propria valia, tinha o mais alto galardão, a que uma alma desinteressada, como a sua, podia aspirar?

Como membro do conselho geral das obras publicas e minas, e depois vogal da junta consultiva, o nosso consocio, no longo periodo de quasi vinte e tres annos, em que exerceu estes cargos, prestou ao estado os mais relevantes serviços, consultando sobre variadissimos assumptos, de que seria impossivel dar conta, ainda que succinta.

Foram numerosas e de grande valor as consultas que redigiu com referencia aos nossos caminhos de ferro já construidos, em execução, ou em projecto, não baixando de vinte e seis as que se referem só aos caminhos de ferro do norte e de leste. Em todas ellas tratou com o necessario desenvolvimento e a sua costumada proficiencia as questões mais delicadas e importantes, relativas ao complexo

problema da viação accelerada, como: a influencia do traçado, da grandeza dos raios das curvas e dos declives, nas condições economicas da exploração, e na escolha dos typos das locomotivas, segundo os destinos de cada linha, e a natureza e extensão do tráfego, e bem assim outros assumptos relativos á construcção dos mesmos caminhos, e em especial ás pontes metallicas, ao estabelecimento das officinas de grandes reparações, aos regulamentos de serviço, á administração e policia, etc.

Tambem foram estudados pelo nosso consocio, para expressar sobre elles o seu voto, entre outros, varios projectos de obras hydraulicas relativos ás barras de Aveiro e da Figueira, e aos portos de abrigo de Ponta Delgada e da Horta.

Os projectos das magnificas pontes de Villa Nova de Portimão, de Abrantes, da Régua, da Portella e de Coimbra, a ponte-caes da alfandega de Lisboa, e ainda outros, foram magistralmente estudados e criticados por José Victorino, ostentando os seus vastos conhecimentos sobre o assumpto.

Não são menos notaveis as suas consultas sobre as provas d'estas pontes, da ponte pensil do Porto, e de outras construidas nos nossos caminhos de ferro.

Emfim, são numerosissimas, e muitas d'ellas assás importantes, as que se referem a pontes e estradas ordinarias, e a outros variados assumptos, como: caminhos de ferro de via estreita; elevadores e guindastes hydraulicos; saneamento da capital; quebramar fluctuante; planos inclinados para reparação de navios; e muitos outros que seria prolixo enumerar.

Em 4 de agosto de 1853 o nosso consocio foi nomeado director interino do instituto industrial de Lisboa, e lente da sexta cadeira do mesmo instituto. Os serviços que ahi prestou ás artes e ás industrias do paiz foram tão notorios, que ninguem ha que os ignore. Este estabelecimento de ensino, que póde dizer-se obra sua, porque o creou desde os seus fundamentos, é o mais solido padrão levantado á sua gloria, e o que melhor exprime as aspirações e as tendencias d'aquelle espirito esclarecido.

Mas o que pouca gente sabe, e elle guardava com

uma modestia inimitavel, é que o zêlo e a dedicação com que José Victorino trabalhava para a creação d'aquelle viveiro de artistas, chegava ao ponto de se valer do seu credito particular para levantar importantes sommas, com as quaes fez face algumas vezes a despezas d'aquelle estabelecimento. Ainda mais: os vencimentos, a que Damasio tinha direito como professor do instituto, applicava-os á compra de livros, de instrumentos e utensilios para o gabinete do engenheiro, o que mostra até que ponto o nosso consocio sabia alliar com um sublime desinteresse a mais estreme delicadeza.

José Victorino Damasio teve a direcção do instituto industrial até 6 de outubro de 1859, data em que lhe foi concedida a sua exoneração nos termos mais honrosos, e que elle pedira por não poder por mais tempo desempenhar as penosas funcções d'aquelle cargo, conjunctamente com outros variados misteres officiaes que lhe estavam commettidos.

Em fins de 1855 partiu Damasio para Paris, tendo sido nomeado vogal da commissão de estudo das differentes artes e officios na exposição, e mais especialmente incumbido de estudar os diversos systemas de locomotivas, para se conhecer o que mais conviria adoptar no nosso paiz. N'essa occasião foi tambem commissionado pelo governo da compra de machinas e material circulante para o caminho de ferro de leste, que havia o maior empenho em abrir á circulação; e de machinas, ferramentas e modelos para os institutos industriaes de Lisboa e do Porto. Esta espinhosa e difficil commissão deu logar a que o nosso consocio manifestasse por mais de uma fórma os seus profundos conhecimentos como engenheiro.

O seu incansavel zêlo em todas as commissões de que era incumbido, não lhe permittiu que descurasse do embarque das locomotivas que, attento o seu grando peso, offerecia serias difficuldades, embora este serviço estivesse entregue a pessoas idoneas, devendo mesmo o capitão do porto assistir a esses trabalhos, quando, como no caso presente, envolviam uma certa responsabilidade.

Depois de incriveis contrariedades e desgostos, que o nosso collega soffreu e que seria ocioso relatar, quando

em Rouen se fazia a manobra para suspender a primeira locomotiva na occasião do embarque, e já as rodas do meio estavam quasi a saír do caes, um dos cabos principaes rebentou, e a locomotiva caiu, ficando estupefactos os individuos que dirigiam a manobra. Com grande custo a locomotiva foi recuada sobre o caes, e teve de se proceder á reparação da cábrea.

Damasio, contrariado por este successo, dispunha-se a fazer embarcar no Havre as outras locomotivas; mas, cedendo ás instancias do maire, do capitão do porto e do chefe das manobras, que viam empenhada n'este assumpto a sua honra, tomou elle proprio a direcção da manobra. Para esse fim traçou n'uma folha de papel, ali mesmo no caes, o desenho da cábrea, e indicou os reparos que era necessario fazer. Depois, auxiliado de umas tábuas, que sempre o acompanhavam, calculou a resistencia das differentes peças, a grossura e resistencia dos cabos, e forneceu os mais elementos necessarios para a execução da obra. Tudo se fez então como elle ordenou, e o embarque das locomotivas executou-se com feliz resultado.

Damasio completou esta ardua commissão, e regressou a Lisboa em 6 de julho de 1856.

Reconhecidas as principaes causas de insalubridade da capital, apoz as terriveis epidemias que assolaram Lisboa em 1855 e 1857, o governo decretou a construcção de um caes geral e aterro da margem do Tejo entre a Ribeira Nova e a praia de Santos, conhecido depois pelo nome de «Aterro da Boa Vista». Era melindrosissima a tarefa, e foi Damasio o escolhido para a executar.

Toda a gente sabe que esta obra, além de ser aconselhada como medida sanitaria, porque se extinguia assim um grande foco de infecção, produzido pela espessa camada de lodo, que, descobrindo na maré baixa, estava por muito tempo exposta á acção directa do sol, era tambem extremamente util, por offerecer commodidades ao commercio licito, facilitar a fiscalisação aduaneira, abrir uma nova via ao transito publico, e aformosear notavelmente aquella parte da cidade. Mas tambem grandes interesses particulares estavam a ella ligados, e que iam ser feridos; e por isso não tardou que se levantassem os cla-

mores, e d'ahi os embargos, as intimações, as ameaças, as accusações na imprensa, a lucta incessante, emfim todas as armas de que o despeito e a intriga podem valer-se, tudo foi empregado; e diga-se a verdade, eram ellas bastante fortes para fazer esmorecer qualquer animo, que não tivesse a rija tempera de quem estava acostumado a vencer em todos os campos as maiores difficuldades. Todavia o nosso collega com o mais fino tacto, e ao mesmo tempo com a maior prudencia e energia, soube triumphar de todos os embaraços, e sem graves conflictos levou a final os proprietarios offendidos a consentirem no trabalho.

Mas não eram só estas as difficuldades que se oppunham á execução da obra: a natureza mesma do trabalho, e a rapidez com que devia de executar-se forçaram o nosso engenheiro (não sem grandes censuras) a pôr de parte todas as regras, e a fazer a construcção immediatamente sobre a vasa, em partes com mais de 20 metros de espessura! Entretanto, as poucas precauções que pôde empregar, dando á muralha um perfil apropriado ás condições especiaes da construcção, asseguraram a solidez da obra, que os annos já decorridos se encarregaram de sanccionar.

Com tal actividade foram conduzidas as obras, apesar dos grandes estorvos que se lhe oppozeram, que tendo tido começo em 1 de maio de 1858, e fazendo-se entrega d'ellas á camara municipal em 5 de maio do anno immediato, havia já construidos 700 metros de paredão, com 11 linguetas servindo de desembarcadouro, além de grande porção mais de alvenaria, e do aterro correspondente.

Em 1859, por occasião do consorcio do senhor D. Pedro V, José Victorino Damasio foi agraciado com o grau de commendador da ordem de Aviz, por espontanea deliberação do monarcha, que conhecia e devidamente apreciava os peregrinos dotes moraes, e profunda illustração do nosso collega; e por decreto de 7 de março de 1865 foi-lhe conferida a carta do conselho de Sua Magestade, titulo inherente ao cargo de director geral dos telegraphos, para o qual foi nomeado em 31 de dezembro de 1864, sendo então ministro das obras publicas um nosso respeitavel consocio e amigo intimo de José Victorino, que me-

lhor do que ninguem podia apreciar a importancia da nomeação que fizera.

José Victorino Damasio tomou posse do cargo de director geral dos telegraphos em 22 de abril de 1865, tendo antes assistido como delegado do governo á conferencia telegraphica internacional de Paris, que abriu as suas sessões em 1 de março d'este anno.

No curto periodo de dois annos que durou a sua gerencia, com assentimento do illustrado ministro, deu grande desenvolvimento á telegraphia, e introduziu importantes melhoramentos n'este serviço; o que fez dizer ao nosso digno consocio, actual director dos telegraphos, que o periodo da sua administração foi o periodo de *desenvolvimento* e *aperfeiçoamento* do serviço telegraphico.

Achando todo o material deteriorado, ao ponto de não poderem as linhas funccionar, fez os maiores esforços para o substituir, e poz todas as diligencias para que o serviço telegraphico portuguez estivesse a par do melhor das nações estrangeiras; e para isso abriu estações, e construiu novas linhas, o que forçosamente occasionou grandes despezas.

Havendo no principio de 1865 sómente 72 estações abertas ao serviço publico, dois annos depois este numero tinha sido elevado a 108. Mais de 900 kilometros de linha, com um desenvolvimento superior a 2:000 kilometros de fio, foram construidos no mesmo periodo; sendo d'este tempo a construcção das linhas de Lisboa ao Porto e de Lisboa a Elvas, ao longo das linhas ferreas de norte e de leste, e o acabamento da linha do littoral. Foi durante a sua gerencia, que se deu a organisação civil aos telegraphos, e se fez a unificação das tarifas telegraphicas em todo o paiz, em substituição do antigo systema de taxação por zonas, que augmentava excessivamente o preço dos despachos para os pontos distantes, como se dentro do mesmo paiz não devessem todos fruir iguaes vantagens.

Além das importantes commissões a que tenho alludido, o nosso consocio desempenhou muitas outras dependentes de differentes repartições publicas, cuja simples enumeração, por incompleta que seja, basta para mostrar o elevado conceito moral e a vasta competencia, que todos

os governos desde 1852 lhe reconheceram. Mencional-as-hemos apenas, seguindo a sua ordem chronologica.

Em 1853 foi nomeado vogal da commissão central de machinas de vapor; e membro da commissão central de pesos e medidas, que tinha a seu cargo pôr em execução o novo systema metrico-decimal.

Em 1857, presidente da commissão incumbida de formular os regulamentos relativos á reforma da instrucção publica.

Em 1858, vogal do conselho de aperfeiçoamento da Escóla Polytechnica; e presidente da commissão de administração do caminho de ferro de leste.

Em 1859, membro do conselho de minas.

Em 1861, inspector das obras publicas; e vogal da commissão permanente, encarregada de examinar o material circulante da linha ferrea de leste.

Em 1863, vogal da commissão incumbida de formular um projecto de reforma do arsenal do exercito.

Em 1864, vogal da commissão encarregada de propor as bases para a classificação e graduação do pessoal technico do ministerio das obras publicas; e engenheiro chefe de 1.ª classe do corpo de engenheria civil, creado por decreto organico de 3 de outubro do mesmo anno.

Em 1865, vogal da commissão encarregada de formular e redigir um plano geral de organisação do serviço dos pharoes.

Em 1868, presidente da commissão de classificação dos conductores de obras publicas; e presidente da commissão de avaliação do caminho de ferro de sueste e suas dependencias.

Em 1870, presidente da commissão encarregada de examinar o material fixo e circulante do caminho de ferro Larmanjat; e vogal da commissão de classificação do pessoal technico do ministerio das obras publicas.

Além d'isto, foi presidente, por assim dizer nato, do jury especial para os exames de habilitação da engenheria civil na escóla do exercito; e encarregado de numerosas commissões especiaes, como: vistorias de fabricas e de estabelecimentos insalubres; examinar o estado das obras das differentes linhas ferreas nos lanços successivamente

abertos á circulação, e nomeadamente das provas das pontes de ferro; etc.

Por alvará do governador civil do districto do Porto, de 29 de julho de 1851, José Victorino Damasio foi nomeado vogal de uma commissão encarregada de examinar o estado da industria fabril e artistica da cidade do Porto. Em 1855, por officio do governador civil do districto de Lisboa, foi convidado para dar o seu valioso voto sobre a escolha do local mais conveniente para o estabelecimento do novo matadouro, questão que havia sido anteriormente submettida pelo governo á apreciação da academia real das sciencias e do conselho de saude publica do reino. Em 1863, foi incumbido pelo juiz competente de fazer uma vistoria nas obras do caminho de ferro do norte, para se decidir uma acção de libello pendente no tribunal do commercio.

Afóra estas e muitas outras commissões officiaes, o nosso consocio desempenhou ainda n'este periodo da sua vida varias commissões particulares, das quaes só mencionaremos, como mais importantes, o seu serviço em 1858, como engenheiro director da companhia das aguas de Lisboa, e os importantes serviços prestados á fabrica de lanificios de Arrentella de 1855 a 1860, fazendo parte do conselho fiscal da parceria de 1859-1860.

A grande reputação scientifica e a inconcussa probidade do nosso collega, chegando a todas as estações, todos o julgavam assás competente para resolver as questões mais complicadas, e sempre elle se desempenhou condignamente das incumbencias que lhe foram commettidas.

Deixando para ultimo logar, e segundo a ordem chronologica, a commemoração dos serviços prestados a esta associação pelo nosso eximio collega, cumpre-me recordar como valiosissimo titulo á nossa veneração, que José Victorino Damasio teve parte importantissima na organisação d'esta sociedade, sendo vogal da commissão incumbida de redigir o primitivo projecto de estatutos, que lhe deu origem; e discutindo com vivo enthusiasmo os alvitres que se propozeram para este fim, e para a fundação do nosso jornal. Todos vos recordaes sem duvida do inexcedivel zêlo do nosso consocio no desempenho do cargo eminente que

lhe conferistes, elegendo-o por duas vezes presidente da direcção. Eu, que tive a distincta honra de servir um anno como seu secretario, posso assegurar-vos que ninguem, com mais vivo empenho do que elle o fazia, poderá cuidar dos interesses da nossa associação.

O seu amor pela sciencia, e ao mesmo tempo o empenho pela instrucção dos seus collegas menos favorecidos com os necessarios meios de estudo, levou-o a pensar, pouco tempo antes de fallecer, na transferencia da sua magnifica livraria para as salas d'esta associação, o que não chegou a realisar, porque a sua saude, já então muito debilitada, a isso se oppoz.

A *Revista de obras publicas e minas* encerra nas suas paginas, devidos ao seu vasto saber e infatigavel trabalho, muitos artigos de grande valor scientifico, e sobretudo de immensa utilidade para grande numero dos nossos consocios, porque elle cuidava incessantemente nos seus escriptos de tornar a sciencia accessivel ao maior numero, obtendo-se dos seus ensinamentos os mais proficuos resultados.

No ultimo numero do primeiro volume da *Revista* (dezembro de 1870) encetou a publicação de uma serie de artigos sobre o calculo da resistencia das pontes metallicas, a qual continuou em 1871 (janeiro a agosto). Segundo diz muito modestamente no primeiro artigo, que serve de prefacio a este importantissimo trabalho, elle consiste na compilação das regras que deverão seguir-se na construcção, extrahidas das melhores obras que se haviam publicado até então sobre esta materia, e ensina a simplificar a deducção das formulas, para que possam ser mais facilmente comprehendidas por quem possue poucos conhecimentos das sciencias mathematicas.

Depois de pedir venia aos engenheiros seus collegas para occupar as paginas da *Revista* com detalhes, que julga para elles desnecessarios, fecha o artigo com as seguintes propheticas palavras:

«É justo que os que estão a terminar uma carreira forneçam aos que a encetam algum fructo que colheram na prática dos trabalhos de que foram encarregados, e no estudo que fizeram, contribuindo assim para attenuar as

difficuldades que a miudo os ultimos encontrarão no seu tirocinio».

Mal pensava o nosso prezado consocio, e nós todos, que o seu termo estava tão proximo, que tão cedo haviamos de aqui reunir-nos para prestar esta merecida homenagem aos seus talentos e virtudes!

Tendo sido encarregado de dar parecer sobre os projectos apresentados pela casa Harkort de Hamburgo, das pontes da Régua e da Portella, o nosso consocio viu que o engenheiro Liebe, auctor do projecto, para determinar o trabalho do ferro nos calculos de resistencia e estabilidade d'estas pontes, empregava formulas empiricas, de que elle não tinha conhecimento. Tratou pois de deduzir theoricamente pelos principios da mechanica applicada formulas adaptadas áquelles casos; e coincidindo com pouca differença os resultados que obteve com os dados pelas formulas empiricas, logicamente concluiu que estas podiam ser adoptadas.

Este estudo deu origem á sua publicação sobre pontes metallicas, que a associação mandou imprimir em separado em formato maior que o da *Revista*, e na qual se propunha a descrever, com a theoria desenvolvida e os respectivos calculos de resistencia, os principaes systemas de pontes de sobrestructura metallica, que se têem empregado no nosso paiz.

Este trabalho não foi infelizmente concluido, e carecia de muito tempo para o ser; mas resta d'elle uma parte inedita, relativa aos calculos da ponte da Régua, que dois nossos illustrados collegas se encarregaram de rever e publicar.

Sob o titulo *caminhos de ferro economicos* publicou tambem o nosso consocio no segundo e terceiro volumes da *Revista* (setembro de 1871 a janeiro de 1872) uma serie de artigos muito instructivos, e que têem particularmente o valor de ser o primeiro trabalho methodico e de algum tomo, que sobre o objecto appareceu nos annaes da engenheria civil. Saindo á luz porém posteriormente diversas obras, que tratavam esta materia com desenvolvimento, com as de Adhemar Level, Couche e outras, o nosso collega, vendo por esta fórma preenchida a lacuna que elle

se propunha a occupar, cedendo aos dictames da sua excessiva modestia, e além d'isso forçado pelos muitos affazeres a seu cargo, suspendeu a publicação.

O quadro incompleto e imperfeitissimo, que fica traçado, apresenta os lineamentos principaes do varão insigne, que me foi dado desenhar, e um resumo dos importantes serviços que prestou ao paiz na sua longa e laboriosa carreira.

Se é um dever salvar do olvido os que praticaram acções meritorias, bem poucos como José Victorino Damasio têem jus a essas homenagens.

Causa com effeito intima satisfação o poder proclamar n'esta hora solemne, com a mais profunda convicção de verdade, que não se descobre na vida do nosso collega nenhuma acção que o deslustre; que foi sempre um modelo de generosidade, de abnegação, de modestia, emfim das mais preclaras virtudes, que podem exalçar uma creatura humana. Servindo a sua patria como soldado, como cidadão, como funccionario, a norma constante do seu viver foi sempre traçada pelos principios da mais stricta probidade e do mais sublime desinteresse.

Verdadeiro philantropo, na accepção genuina do termo, poucas existencias, como a d'elle, se consumiram na prática do bem, curando tão pouco das proprias conveniencias.

Caracter franco e generoso, bom amigo, excellente collega, chefe de familia exemplar, as suas nobres e raras qualidades apresentam-o como modelo aos que quizerem seguir a espinhosa vereda da honra e da virtude.

Quem o via tão affavel e lhano no trato, mal poderia adivinhar que rigidez de aço havia n'aquelle animo inquebrantavel.

Homem de antes quebrar que torcer, como diziam os nossos maiores, nenhum perigo o intimidava, nenhum obstaculo esfriava o seu animo valoroso.

A grande firmeza de caracter e convicções inabalaveis, que teve na politica, reflectem-se o mais beneficamente nos emprehendimentos do engenheiro. Aquella energia inflexivel do guerreiro transparece nos labores do gabinete,

votando-se sem treguas ao estudo das questões mais transcendentes da engenheria, ou mais complicadas da administração.

De uma actividade incansavel quasi até aos ultimos momentos da sua existencia, via succederem-se os dias e as noites, encerrado no seu gabinete, entregue ao estudo dos variados problemas, que a todo o momento lhe eram submettidos para resolver.

Assim se foi minando pouco a pouco, e sem d'isso se aperceber, aquella preciosa existencia; e a morte prematura veiu roubal-o subitamente aos desvelos da familia, ao affecto dos amigos, e ao cultivo da sciencia, que elle amava tão estremosamente.

O passamento de José Victorino Damasio deixou um vacuo, que por muito tempo, podemos afoitamente dizel-o, não será facil preencher.

Prestante cidadão, honestissimo funccionario e abalisado engenheiro, deixou o seu nome vinculado a trabalhos de notavel merecimento.

Os annaes da engenheria portugueza commemorarão para sempre com luto indelevel a infausta data de 19 de outubro de 1875, do passamento do nosso inclito consocio.

Rendamos-lhe todos preito saudoso, e que no logar eminente, em que o seu talento e as suas virtudes o collocaram, nos sirva de exemplo e incitamento para as nossas acções, e teremos bem servido a patria.

V

Legislação

Portaria de 31 de janeiro de 1890 sobre o Regulamento dos exames de habilitação

DIRECÇÃO GERAL DE INSTRUCÇÃO PUBLICA

1.ª Repartição

Sua Magestade El-Rei, a quem foi presente o projecto do regulamento elaborado pelo conselho da academia polytechnica do Porto para execução do capitulo VIII do decreto de 28 de junho de 1888;

Tendo em vista o disposto no artigo 182.º do alludido decreto; e

Conformando-se com o parecer da secção permanente do conselho superior de instrucção publica:

Ha por bem approvar o regulamento para os exames de habilitação dos alumnos da academia polytechnica do Porto, que n'esta data baixa assignado pelo conselheiro director geral de instrucção publica.

Paço, em 30 de janeiro de 1890. = *Antonio de Serpa Pimentel.*

Regulamento dos exames de habilitação a que se refere a portaria supra

CAPITULO I

Dos jurys

Artigo 1.º Os jurys dos exames de habilitação para os differentes cursos professados na academia polytechnica serão assim compostos:

a) Curso de engenheiros de obras publicas — Presidente, o director da academia; vogaes, os lentes da 5.ª (2.ª parte), 12.ª, 13.ª e 14.ª cadeiras;

b) *Curso de engenheiros de minas* — Presidente, o director da academia; vogaes, os lentes da 5.ª (2.ª parte), 12.ª, 13.ª e 15.ª cadeiras;

c) *Curso de engenheiros industriaes* — Presidente, o director da academia; vogaes, os lentes da 6.ª, 7.ª ou 8.ª, 10.ª, 11.ª, 12.ª e 13.ª cadeiras.

§ unico. Os alumnos que pretenderem a carta dos dois cursos de engenheiros de obras publicas e de minas farão um só exame de habilitação, sendo o jury constituido pela fórma seguinte: Presidente, o director da academia; vogaes, os lentes da 5.ª (2.ª parte), 12.ª, 13.ª, 14.ª e 15.ª cadeiras.

Na falta ou impedimento de algum dos lentes indicados o conselho nomeará quem deva substituil-o.

Art. 2.º O serviço d'estes exames prefere a qualquer outro.

Art. 3.º No dia 18 de outubro, ou no immediato sendo aquelle feriado, deverão reunir-se os jurys, sendo-lhes presente pelo director da academia a relação por cursos dos alumnos que devem fazer exame de habilitação, instruida com os valores respectivos de apuramento dos cursos preparatorios (artigo 40.º do regulamento da academia polytechnica), com as notas dos trabalhos de missões (artigo 39.º) e com as avaliações finaes de cada anno dos cursos especiaes. Com estes dados darão os jurys reunidos cumprimento aos artigos 41.º e 54.º do regulamento da academia polytechnica. Em seguida determinarão o numero de alumnos que devem ser examinados em cada dia, procederão á divisão das turmas para os trabalhos praticos, marcarão os dias das provas theoricas e praticas, e resolverão emfim como melhor o entendam, em conformidade com os principios e regras geraes dos regulamentos em vigor, os diversos casos que possam apresentar-se.

Art. 4.º A distribuição do serviço dos exames, logo que esteja determinada pelos jurys reunidos, será communicada á secretaria para a fazer publicar.

CAPITULO II

Das provas

Art. 5.º Os exames de habilitação constam de provas theoricas e praticas.

Art. 6.º Para as provas theoricas os lentes da 5.ª (2.ª parte), 6.ª, 7.ª, 8.ª, 10.ª, 11.ª, 12.ª, 13.ª, 14.ª e 15.ª cadeiras

organisarão dentro dos programmas respectivos cinco pontos cada um, que submetterão á approvação do conselho na sessão ordinaria, que tiver logar no mez de junho, sendo depois remettidos á secretaria para que os faça publicar até o dia 15 de julho de cada anno.

Art. 7.º Cada alumno, qualquer que seja o curso especial de que faz exame de habilitação, será obrigado a tres argumentos, versando cada argumento sobre um ponto tirado á sorte d'entre os acima indicados, pela fórma seguinte:

a) Se o alumno é de engenheria de obras publicas tirará primeiro a sorte, antes de cada argumento, d'entre as cadeiras 5.ª (2.ª parte), 12.ª, 13.ª e 14.ª, a designação das tres cadeiras, de cada uma das quaes tirará em seguida o ponto a que ha de, acto continuo, responder;

b) Se é do curso de engenheria de minas, versará sempre um dos argumentos sobre um ponto da 15.ª cadeira, e os dois restantes sobre os pontos respectivos das duas cadeiras tiradas primeiramente á sorte d'entre as 5.ª (2.ª parte), 12.ª e 13.ª;

c) Se é do curso de engenheria industrial, um dos argumentos será tirado á sorte d'entre os pontos relativos ás 6.ª, 7.ª e 8.ª cadeiras reunidas, outro d'entre os relativos ás 10.ª e 11.ª cadeiras, e o terceiro d'entre os pontos relativos ás 12.ª e 13.ª cadeiras.

Se o exame é feito para os cursos de engenheria de obras publicas e minas, um dos argumentos será sempre tambem sobre um dos pontos da 15.ª cadeira, e os outros dois sobre os pontos respectivos das duas cadeiras designadas pela sorte entre as 5.ª (2.ª parte), 12.ª, 13.ª e 14.ª

Sobre os pontos de cada uma das cadeiras argumentarão os respectivos lentes ou quem nos seus impedimentos os substitua.

Art. 8.º As provas praticas consistirão em applicações de alguns assumptos das provas theoricas, quer em trabalhos do campo, quer em trabalhos graphicos nas salas de estudo, quer em trabalhos nos laboratorios da academia, devendo sempre estes trabalhos ser acompanhados das memorias descriptivas, calculos e desenhos necessarios para o seu esclarecimento e resolução.

Os pontos para estas provas não serão publicados e poderá cada jury organisal-os no numero que entender até ao dia em que comecem as provas praticas.

Art. 9.º As provas praticas terão logar sempre depois das theoricas.

Art. 10.° Nas provas theoricas não deverá cada argumento durar menos de vinte minutos nem mais de sessenta minutos. Nas provas praticas o ponto será tirado á sorte pelo chefe da turma e o trabalho durará o tempo designado no ponto, nunca excedente a tres dias, podendo as turmas trabalhar de dia o tempo que quizerem, quer nas salas, quer no campo, e sendo-lhes prestados os subsidios que se julgarem necessarios para que possam executar os trabalhos devidamente.

Art. 11.° O alumno que não estiver presente na occasião em que houver de ser submettido a qualquer das provas, deverá justificar seguidamente a sua falta perante o jury correspondente, o qual decidirá da validade da justificação.

Art. 12.° Os alumnos que, por motivo justificado, não comparecerem, serão examinados no anno seguinte em concorrencia com os alumnos d'este anno.

Art. 13.° Ficam expressa e terminantemente prohibidos os exames de habilitação fóra da epocha indicada nos regulamentos em vigor.

CAPITULO III

Da avaliação das provas

Art. 14.° Depois de findas as provas do exame, cada jury conferenciará para avaliar separadamente e por numeros de 0 a 20 as provas oraes e as provas praticas, deduzindo de ambas estas provas o valor definitivo do exame de habilitação de cada alumno. D'esta avaliação definitiva se lavrará um termo, assignado por todos os membros do jury que tiverem assistido ao exame, termo que será archivado pelo secretario.

Art. 15.° O alumno que no exame de habilitação não obtiver, pelo menos, o valor de dez será julgado insufficiente, podendo repetir o exame em concorrencia com os alumnos do anno seguinte.

Art. 16.° Depois de lavrados em cada jury os termos dos exames de habilitação, o director da academia, presidente, apresentará uma lista na qual, em frente do nome de cada alumno, devem estar lançados separadamente os valores por elle obtidos no fim do curso preparatorio e no fim do curso especial. N'esta lista serão lançados os valores do exame de habilitação, procedendo-se acto continuo com relação a cada alumno ao calculo da media das tres notas, para deduzir a nota de apuramento final, que será igualmente lançada na

lista. Feito isto será esta assignada por todos os membros do jury.

Art. 17.° Em face das notas de apuramento final serão os alumnos classificados numericamente por ordem de merito, sendo lançada esta classificação numerica na mesma lista (artigo 56.° do regulamento da academia polytechnica). Havendo alumnos com igual nota n'este apuramento, serão adoptadas as seguintes bases: em primeiro logar preferirá o alumno que tiver maior valor de qualificação no curso especial; na igualdade d'estes valores preferirá o que tiver melhor qualificação no exame de habilitação; na igualdade d'esta classificação o que tiver melhor nota no curso preparatorio; na igualdade d'esta nota o que tiver frequentado o curso especial na academia em menor numero de annos.

Art. 18.° As listas com o apuramento final e com a classificação numerica por ordem de merito, assignada por todos os membros do jury, serão archivadas na secretaria. Por ellas se póde satisfazer a ultima parte do artigo 58.° do regulamento da academia polytechnica.

Secretaria d'estado dos negocios do reino, em 30 de janeiro de 1890.= *Antonio Maria de Amorim.*

Sua Magestade El-Rei, a quem foi presente o projecto do regulamento organisado pelo conselho da academia polytechnica do Porto para execução do artigo 39.° do decreto de 28 de junho de 1888;

Tendo em vista o disposto no artigo 132.° do alludido decreto; e

Conformando-se com o parecer da secção permanente do conselho superior de instrucção publica:

Ha por bem approvar o regulamento e instrucções para os trabalhos de missões, que n'esta data baixa assignado pelo conselheiro director geral de instrucção publica.

Paço, em 31 de janeiro de 1890. = *Antonio de Serpa Pimentel.*

Regulamento dos trabalhos de missões a que se refere a portaria d'esta data

Artigo 1.° Em cada anno, depois de findos todos os exames dos cursos especiaes, os lentes respectivos reunir-se-hão sob a presidencia do director da academia, n'um dia que será

designado na occasião da distribuição do serviço de exames, a fim de juntos deliberarem sobre as missões que hão de ser incumbidas a cada um dos alumnos dos differentes cursos especiaes, bem como sobre o tempo que devem durar as missões relativas a cada curso. O resultado d'esta conferencia será publicado pela secretaria.

§ unico. O director da academia terá com a devida antecipação procurado saber do director geral dos trabalhos geodesicos e topographicos, dos directores da construcção e exploração dos caminhos de ferro, dos directores de obras publicas, dos directores e chefes das circumscripções hydraulicas, dos directores de minas, fabricas e industrias, os principaes trabalhos em estudos, em execução, ou executados, de fórma a facilitar a escolha mais judiciosa das missões.

Art. 2.° Destinada para cada alumno a direcção de serviços publicos, minas, fabricas ou empregos onde deve ter logar a missão, e fixado o tempo que ella deve durar, o director da academia mandará passar as competentes guias, com as quaes os alumnos se hão de apresentar na estação ou estações que lhe forem designadas.

Art. 3.° As guias dos alumnos designadas para direcções de serviços publicos serão do teor seguinte:

«Guia de apresentação. — Em conformidade com as prescripções dos regulamentos d'esta academia, approvados pelo governo, vae apresentar-se na... o alumno do curso de engenheria... d'esta escola, a fim de ahi effectuar, no periodo decorrido de... a missão que lhe foi designada, na qual seguirá as instrucções que lhe foram distribuidas.

«Porto, academia polytechnica... de... de 18... = O director, ...»

Art. 4.° Quando os alumnos, porém, tenham de ir em missão, a minas, fabricas ou emprezas particulares, o director da academia pedirá previamente, por officio, a devida licença, para que possa effectuar-se a missão. Em vez de guia, n'este caso, os alumnos apresentar-se-hão munidos de uma carta-officio assignada pelo director da academia.

Art. 5.° Aos alumnos que tenham de fazer missão fóra da cidade do Porto serão abonadas as despezas de viagem. A importancia d'estas despezas ser-lhes-ha entregue quando receberem guia de apresentação.

Art. 6.° A cada alumno será distribuido um exemplar das instrucções juntas, assignadas pelo director da academia.

Art. 7.° O jury nomeado pelo conselho (artigo 39.° do regulamento da academia polytechnica) para a avaliação dos

trabalhos de missões, reunirá no dia 15 de outubro ou no immediato se aquelle fôr feriado, para proceder áquella avaliação. Desde o dia 5 de outubro, data em que os trabalhos devem estar entregues, até o dia 15 do mesmo mez, cada membro do jury examinará os trabalhos das missões, habilitando-se assim para a avaliação acima designada.

Secretaria d'estado dos negocios do reino, em 31 de janeiro de 1890.= *Antonio Maria de Amorim.*

Instrucções para os trabalhos de missões segundo o disposto no artigo 6.º do respectivo regulamento

I. Os papeis, documentos e desenhos relativos aos trabalhos feitos por cada alumno durante a missão formam um conjuncto chamado o «Relatorio da missão».

II. O relatorio da missão deve constar de tres secções, comprehendendo:

a 1.ª — O que tiver sido feito exclusivamente ou em collaboração, pelo alumno.

a 2.ª — Os esclarecimentos que o alumno tiver simplesmente colligido, coordenado ou apreciado por trabalho proprio.

a 3.ª — Os documentos que tiverem sido dados ao alumno sem trabalho de collecção.

Têem cabimento:

na 1.ª secção os relatorios das operações que o alumno tiver dirigido, projectos que tiver feito ou relatado, acompanhados dos competentes registos do trabalho de campo e do desenvolvimento dos calculo que por ventura exigirem, memorias em que houver tratado algum assumpto por estudo proprio, e os desenhos e esboços que tiver executado, com exclusão dos que forem copiados.

na 2.ª secção, que regular e ordinariamente será a maior, todas as informações ácerca dos serviços de que constar a missão, obtidas nas estações competentes, os correspondentes desenhos e esboços e quaesquer estudos feitos pelo alumno, tendo por base esses elementos.

na 3.ª secção, as copias dos projectos, relatorios, orçamentos, contas e quaesquer outros documentos dados ao alumno, ou sejam manuscriptos ou de qualquer modo reproduzidos.

III. Em cada secção ás peças escriptas seguir-se-hão as

peças desenhadas, devendo cada uma das tres secções ser precedida por um indice separado das peças escriptas e desenhadas. Assim distinctas, todas as tres secções serão envolvidas n'uma capa do modelo junto a estas instrucções.

IV. Quando faltem elementos para alguma das tres secções serão mencionados os motivos da falta n'uma folha occupando o logar da secção respectiva.

V. Todas as peças escriptas serão assignadas pelo alumno, garantindo esta assignatura, nas partes que constam de simples copia, a conformidade com o original. Igualmente serão pelo alumno assignados todos os desenhos com a declaração de os ter ou não feito; de lhes ter sómente reduzido ou ampliado a escala; de os ter só traçado ou aguarelado; de os ter ou não obtido por decalque, ou por qualquer outro meio de reproducção.

Todo o papel escripto pelo alumno deve ser almasso, branco e pautado, de $0{,}22 \times 0{,}33$, devendo os desenhos ser dobrados segundo estas dimensões.

VI. Os alumnos apresentarão aos directores, sob cujas ordens estiverem, os trabalhos que tiverem feito, para serem por elles devidamente examinados, habilitando-os a informar sobre o valor d'esses trabalhos.

Esta informação será junta ao relatorio da missão.

VII. O relatorio da missão será entregue pelo alumno na secretaria da academia polytechnica até o dia 5 de outubro. Depois d'este praso os trabalhos de missão entregues até o dia 15 ainda poderão ser avaliados, se fôr justificada a falta perante o jury nomeado pelo conselho para a avaliação das missões, desde que este jury julgue procedente a justificação. Fóra d'isto, o alumno terá a classificação de prova nulla ou falta de prova.

VIII. Os alumnos são responsaveis pela importancia dos abonos para viagens que tenham recebido, no caso de não executarem os trabalhos de missões.

Secretaria d'estado dos negocios do reino, em 31 de janeiro de 1890. = *Antonio Maria de Amorim.*

(Modelo da capa do relatorio da missão)

CURSO DE *(designação de curso especial)*

... Anno

ACADEMIA POLYTECHNICA DO PORTO

18... a 18...

Relatorio da missão

a

(Designação das estações de serviço onde se realisou a missão)

Porto, *(dia da entrega do relatorio)* de... de 18...
N.º *(de matricula)*.

...

(Assignatura do alumno).

(*Diario* n.º 26 de 3 de fevereiro de 1890).

Decreto de 6 de fevereiro de 1890, transferindo o lente da 11.ª cadeira e promovendo o substituto da secção de philosophia

1.ª Repartição

Manuel Amandio Gonçalves, lente proprietario da 11.ª cadeira da Academia Polytechnica do Porto—transferido, pelo requerer, para a 10.ª cadeira da mesma academia.

Dr. Aarão Ferreira de Lacerda, unico lente substituto da secção de philosophia da Academia Polytechnica do Porto—nomeado para o lugar de lente proprietario da 11.ª cadeira da mesma academia.

Secretaria d'estado dos negocios do reino, em 7 de fevereiro de 1890.=*Antonio Maria d'Amorim*.

(*Diario* n.º 31 de 8 de fevereiro de 1890).

Decreto de 27 de fevereiro de 1890, alterando, modificando e substituindo varias disposições do Regulamento

MINISTERIO DO REINO

DIRECÇÃO GERAL DE INSTRUCÇÃO PUBLICA

1.ª Repartição

Tendo subido á minha real presença as propostas approvadas pelo conselho superior de instrucção publica na sua sessão ordinaria de outubro ultimo, para serem alteradas, modificadas e substituidas varias disposições do regulamento da Academia Polytechnica do Porto de 28 de junho de 1888; e

Conformando-me com o parecer da secção permanente do mesmo conselho:

Hei por bem determinar:

I. Que o artigo 5.º do referido regulamento seja modificado segundo as indicações seguintes:

1.º Que aos dias lectivos mensaes da 3.ª cadeira da academia polytechnica do Porto se acrescentem dois dias, particularmente destinados a exercicios de mechanica racional;

2.º Que a 4.ª cadeira seja decomposta em tres partes, a primeira das quaes comprehenda geometria projectiva e projecção central, com uma lição semanal; —a segunda se occupe da continuação graphostatica, com duas lições por semana; — e a terceira tenha por objecto theoria das sombras, perspectivas, noções de stereotomia, com uma lição semanal;

3.º Que a primeira parte da 4.ª cadeira se considere integrante do programma da 1.ª cadeira, para os effeitos do julgamento dos alumnos, e dos quadros dos cursos, incumbindo toda a regencia ao professor da 4.ª cadeira;

4.º Que a 5.ª cadeira fique constituida de duas partes, sendo uma d'estas a *astronomia* no quarto anno do curso, com duas lições cada semana; e outra a *topographia e geodesia* no quinto anno, tambem com duas lições cada semana;

5.º Que sejam dispensados do estudo da geodesia os alumnos do curso preparatorio para a escola do exercito.

II. Que o § 1.º do artigo 6.º seja substituido pelo seguinte:

§ 1.º A abertura de matricula como alumno voluntario só é permittida se a frequencia das disciplinas que o matriculando pretende seguir fôr compativel com o horario e satisfeitas as seguintes condições:

Para a matricula na 2.ª cadeira, approvação na 1.ª e na primeira parte da geometria descriptiva;

Para a matricula na 3.ª cadeira, approvação na 2.ª e 6.ª cadeiras;

Para a matricula na 4.ª cadeira, terceira parte, approvação na segunda parte d'esta cadeira;

Para a matricula na 5.ª cadeira approvação na 3.ª cadeira.

III. Que o artigo 19.º seja alterado pelo modo seguinte:

Artigo 19.º No principio de cada anno lectivo o conselho da academia fixará o numero de dias de lição e exercicios nas differentes cadeiras e cursos.

IV. Que os artigos 20.º e 21.º sejam substituidos pelos seguintes:

Artigo 20.º O lente da cadeira deverá fazer sempre prelecção sobre as doutrinas do programma official, e reservar, quanto julgar conveniente, uma parte do tempo da aula para ouvir os alumnos ou os interrogar sobre as doutrinas já explicadas.

Artigo 21.º O mesmo lente prescreverá repetições na aula ou sala de estudo, quando o julgar conveniente, e determinará a fórma e extensão d'estas repetições, comtanto que as indique aos alumnos, com quatro dias, pelo mènos de antecipação.

V. Que o artigo 23.º e seus paragraphos sejam substituidos pelos seguintes:

Artigo 23.º Em todas as cadeiras ha dois exames de frequencia que serão oraes ou escriptos, conforme o respectivo lente julgar conveniente, e que se verificarão em epochas determinadas pelo conselho perante um jury constituido pelo lente da respectiva cadeira e por mais dois outros nomeados pelo conselho, quando as provas forem oraes.

§ 1.º Para os exames de prova escripta haverá pontos determinados pelo lente da cadeira. O alumno n.º 1 do curso extrahe da urna um d'esses pontos, que será commum para todos os examinandos do mesmo dia.

Para os exames de prova oral o interrogatorio versará sobre a parte do programma já dada, e é obrigatorio para o

lente da cadeira, que será o presidente, e facultativo para os outros dias.

§ 2.º Pertence ao conselho julgar as faltas a estes exames e fixar dia para novo exame dos alumnos que as justificarem.

§ 3.º O alumno que não fizer qualquer dos exames terá a nota de *zero*.

VI. Que os artigos 28.º, 29.º, 31.º, 32.º e 33.º sejam substituidos pelos seguintes:

Artigos 28.º e 29.º O curso de desenho é dividido em tres partes;

1.ª Desenho de figura, paizagem e ornato;

2.ª Desenho de architectura e aguada;

3.ª Desenho topographico e de machinas.

§ unico. O ensino de cada uma d'estas partes será feito em tres lições semanaes, de duas horas cada uma. O professor dirige individualmente os alumnos nos trabalhos, que destinou a cada um, fazendo nos mesmos trabalhos as correcções convenientes e ministrando por essa occasião as regras e explicações adequadas.

Artigo 31.º No fim de fevereiro ou principio de março, e no fim de maio haverá revisão geral dos trabalhos executados durante o respectivo periodo, feita perante um jury composto do professor de desenho, do substituto da cadeira, e de um lente nomeado pelo conselho, quando este entender conveniente.

§ 1.º A avaliação dos trabalhos será feita nos mesmos termos dos exames de frequencia das outras cadeiras, considerando-se approvados os alumnos, cuja média das cotas de cada uma das revisões for igual ou superior a dez.

§ 2.º Na ultima revisão proceder-se-ha a segunda votação, a fim de graduar os alumnos, que tiverem ficado approvados, isto nos mesmos termos da votação analoga dos exames finaes das outras cadeiras.

§ 3.º N'esta revisão o jury poderá, se assim o julgar conveniente, interrogar os alumnos sobre os trabalhos apresentados.

Artigo 32.º Os mezes de junho e julho são destinados para a prova do concurso de premios, ao qual só podem ser admittidos os alumnos que houverem obtido a graduação de quinze ou mais valores.

§ unico. A commissão de concurso que deve relatar sobre as provas será, sempre que seja possivel, o proprio jury que avaliou os trabalhos dos alumnos durante o anno.

O julgamento dos concorrentes será feito nos termos dos artigos 62.º e 63.º

Artigo 33.º São applicaveis aos alumnos de desenho as disposições do regulamento relativas a faltas de frequencia.

VII. Que ao artigo 37.º se accrescente o seguinte:

§ unico. Nos exames de prova escripta, o lente da cadeira qualifica as provas pela referida tabella de valores, e envia á secretaria a relação d'essas qualificações, juntamente com as provas dos alumnos, que ficarão archivadas durante um anno.

VIII. Que o artigo 44.º seja substituido pelo seguinte:

Artigo 44.º Os exames finaes poderão começar na segunda quinzena de junho, e continuar até fim de julho, distribuindo-se o serviço de fórma que todos estejam concluidos no ultimo dia util de julho.

O presidente do conselho de ministros, ministro e secretario d'estado dos negocios do reino, assim o tenha entendido e faça executar. Paço de Belem, aos 27 de fevereiro de 1890. = REI. = *Antonio de Serpa Pimentel.*

(*Diario* n.º 49 de 3 de março de 1890).

Indice remissivo da legislação academica e dos documentos referentes particularmente á Academia Polytechnica, publicados nos Annuarios anteriores

---

ACADEMIA POLYTECHNICA DO PORTO.—Creação: Decreto de 13 de janeiro de 1837, *An. 1879-80 pag. 141.*—Installação: Termo lavrado em 15 de março de 1837, *An. 1879-80 pag. 163.*—Programma d'ensino para 1838-39, *An. 1879-80 pag. 165.*—Portaria de louvor aos lentes em 26 d'outubro de 1838, *An. 1879-80 pag. 215.*—Regulamento d'actos: Decreto de 6 de novembro de 1839, *An. 1879-80 pag. 217.*—Disposições relativas á Academia, do Decreto de 20 de setembro de 1844 que reformou a instrucção publica, *An. 1879-80 pag. 230.*—Nomeação d'uma commissão para elaborar um regulamento do curso preparatorio para a Escóla do Exercito: Portaria de 14 de agosto de 1872, *An. 1880-81 pag. 181.*—Parecer da commissão nomeada pela Portaria de 14 de agosto de 1872, *An. 1880-81 pag. 183.*—Regulamento do curso preparatorio

*

para a Escóla do Exercito approvado pelo Decreto de 20 de junho de 1873, *An. 1880-81 pag. 192.* — Disposições regulamentares adoptadas pelo conselho sobre o ensino do curso preparatorio para a Escóla do Exercito, *An. 1883-84 pag. 304.* Habilitação para a matricula nos cursos 3.°, 4.°, 5.°, 6.° e 7.° Portaria de 3 de março de 1881, *An. 1880-81 pag. 127.* — Creação d'um curso de sciencias physico-naturaes pedido pelo conselho na representação de 9 de maio de 1883, *An. 1883-84 pag. 315.* — Creação da 6.ª cadeira (Mineralogia, geologia, metallurgia e arte de minas): Carta de Lei de 14 de junho de 1883, *An. 1883-84 pag. 216.* — Programma geral dos cursos ordenado pela Portaria de 26 de junho de 1883, *An. 1883-84 pag. 317.* — Projecto de lei, pareceres das commissões, representações, etc. sobre a reforma da Academia levada a effeito pela Carta da Lei de 21 de julho e Decreto de 10 de setembro de 1885, *An. 1885-86 pag. 181.* — Collocação dos lentes nas novas cadeiras: Decretos de 19 d'agosto e 23 de setembro de 1885, *An. 1887-88 pag. 79.* — Extracto do relatorio da inspecção extraordinaria feita em 1864 pelo conselheiro José Maria d'Abreu, *An. 1882-83 pag. 260.* — Projecto da fusão da Academia e Instituto Industrial sobre o nome de Instituto Polytechnico do Porto, *An. 1882-83 pag. 241.* — Projecto do regulamento elaborado pelo conselho em 1864, *An. 1882-83 pag. 197.* — Regulamento approvado pelo Decreto de 28 de junho de 1888, *An. 1888-89.* — Regulamento da bibliotheca approvado pelo Decreto de 9 de março de 1889, *An. 1888-89.*

ACADEMIA REAL DOS GUARDAS MARINHAS. — Estatutos dados pela Carta de Lei de 1 d'abril de 1796, *An. 1878-79 pag. 209.*

ACADEMIA REAL DA MARINHA E COMMERCIO NO PORTO. — Creação e estatutos: Alvará de 29 de julho de 1809, *An. 1878-79 pag. 156.* — Attribuições da Junta inspectora e director litterario: Decreto de 13 d'outubro de 1824, *An. 1878-79 pag. 246.* — Obrigações do director litterario: Officio da Junta inspectora, *An. 1878-79 pag. 242.* — Sua Reforma pelo Alvará regio de 16 d'agosto de 1825, *An. 1878-79 pag. 249.* — Promiscuidade de frequencia nas Reaes Academias de Marinha: Decreto de 3 de novembro de 1825, *An. 1878-79 pag. 257.* — Reforma do regulamento: Carta régia de 23 de setembro de 1829, *An. 1878-79 pag. 259.* — Admissão á segunda matricula: Carta regia de 25 d'abril de 1831, *An. 1878-79 pag. 265.* — Explicação da 2.ª parte do Codigo

Commercial na cadeira do 3.º anno mathematico: Decreto de 15 de julho de 1835, *An. 1878-79 pag. 267.*—Regulamento provisorio: Decreto de 19 d'outubro de 1836, *An. 1878-79 pag. 269.*—Transformação em Academia Polytechnica: Decreto de 13 de janeiro de 1837, *An. 1879-80 pag. 141.*

ACADEMIA REAL DE MARINHA DE LISBOA. — Estatutos dados pela Carta de Lei de 5 d'agosto de 1779, *An. 1878-79 pag. 189.*

APOSENTAÇÃO DOS EMPREGADOS CIVIS. — Decretos de 17 de julho e 23 d'agosto de 1886, *An. 1887-88 pag. 81.*

AULA DE COMMERCIO NO PORTO. — Estatutos feitos em 19 d'abril de 1759, *An. 1878-79 pag. 231.*

AULA DE DEBUXO E DESENHO NO PORTO. — Sua fundação: Decreto de 27 de novembro de 1779, *An. 1878-79 pag. 146.* — Proposta da nomeação de Domingos Sequeira para director da aula, *An. 1886-87 pag. 117.*

AULA DE NAUTICA NO PORTO. — Fundação: Decreto de 30 de julho de 1762, *An. 1878 79 pag. 145.* — Admissão dos alumnos nos navios mercantes: Aviso Regio de 25 de novembro de 1781, *An. 1878-79 pag. 148.*

AULAS DE MATHEMATICA, COMMERCIO, LINGUA FRANCEZA E INGLEZA NO PORTO. — Creação e dada a inspecção á Junta d'Administração da Companhia Geral da Agricultura das Vinhas do Alto Douro, encarregando-a de projectar um edificio no terreno do Collegio dos Orphãos: Alvará de 9 de fevereiro de 1803, *An. 1878-79 pag. 150.*

CONCURSO PARA O MAGISTERIO SUPERIOR, DEPENDENTE DO MINISTERIO DO REINO. — Decreto regulamentar de 22 d'agosto de 1865, *An. 1880-81 pag. 227.* Modificação ao decreto regulamentar: Decretos de 17 de fevereiro de 1887 e de 5 de janeiro de 1888, *An. 1887 88 pag. 112 e 114.*

CONSELHO SUPERIOR D'INSTRUCÇÃO PUBLICA. — Creação: Carta de lei de 23 de maio de 1884, *An. 1884-85 pag. 133.*—Regulamento: Decreto de 18 de novembro de 1884, *An. 1884-85 pag. 137.*

DISPENSA DO EXAME DE ELEMENTOS DE LEGISLAÇÃO CIVIL. — Decreto de 6 de novembro de 1884, *An. 1884-85 pag. 131.*

FALTAS DOS LENTES. — Circulares de 5 de dezembro de 1870 e de 29 de setembro de 1871, *An. 1881-82 pag. 243 e 244.*

INTERRUPÇÃO DO SERVIÇO DO MAGISTERIO. — Decreto de 26 de dezembro de 1860, *An. 1881-82 pag. 239.*

JARDIM BOTANICO. — Installação: Decreto de 20 d'outubro de 1852, *An. 1883-84 pag. 301.*

LABORATORIO CHIMICO E GABINETE DE PHYSICA. — Communidade d'estes estabelecimentos entre a Academia Polytechnica e Escóla Industrial do Porto. Portaria de 2 de novembro de 1854, *An. 1884-85 pag. 129.*

EDIFICIO DO PAÇO DOS ESTUDOS DO PORTO. — A projecção do edificio no terreno do Collegio dos Orphãos é cometida á Junta d'Administração da Companhia Geral d'Agricultura das Vinhas do Alto Douro: Alvará de 9 de fevereiro de 1803, *An. 1878-79 pag. 150.* — Cedencia d'uma sala para a aula de Chimica applicada ás Artes da Escóla Industrial do Porto: Portaria de 7 de junho de 1853, *An. 1884-85 pag. 129.* — Commissão do conselho para a projecção, direcção e fiscalisação das obras: Portaria de 19 de janeiro de 1858, *An. 1879 80 pag. 240.* — Projecto de lei para a expropriação das lojas e da concessão de 1:000$000 réis, pela verba das obras, em 1878-79 para o laboratorio chimico, apresentado em 15 de março de 1879, *An. 1886-86 pag. 109.* — Renovação do projecto de lei de 15 de março de 1879, *An. 1886-87 pag. 115* — Parecer da Commissão d'Obras Publicas da Camara dos Deputados, *An. 1886-87 pag. 115.* — Auctorisação para a expropriação das lojas. Carta de lei de 19 de junho de 1880, *An. 1880-81 pag. 179* — Nomeação d'uma commissão para projectar o plano definitivo da construcção do Edificio: Portaria de 31 de dezembro de 1861, *An. 1880-81 pag. 244.* — Relatorio da Commissão em 26 de janeiro de 1863, *An. 1886-87 pag. 93.* — Verba de 4:000$000 réis votada para as obras. Carta de lei de 23 de junho de 1857, *An. 1883-84 pag. 303.* — Acta da Commissão mixta da Academia Polytechnica e Camara Municipal do Porto sobre a propriedade das lojas, *An. 1883-84*

pag. 307. — Officio da Directoria da Academia sobre os direitos da academia e Collegio dos Orphãos aos terrenos em que está o Edificio, *An. 1883-84 pag. 309.*

PILOTOS MERCANTES. — Regulamento para a sua habilitação, approvado pelo Ministerio da Marinha em 11 de julho de 1845, *An. 1879-80 pag. 234.*

PREMIOS A ESTUDANTES. — Exclusão dos repetentes: Resolução Régia de 24 de setembro de 1830, *An. 1878-79 pag. 264.*

VENCIMENTO D'EXERCICIO DOS PROFESSORES D'INSTRUCÇÃO SUPERIOR. — Carta de lei de 1 de setembro de 1887, *An. 1887-88 pag. 108.*

RELATORIO

E

PROPOSTAS

APRESENTADAS
EM SESSÃO ANNUAL DE 1889
DO

CONSELHO SUPERIOR D'INSTRUCÇÃO PUBLICA

PELO

DELEGADO DA ACADEMIA POLYTECHNICA DO PORTO

J. A. ALBUQUERQUE

Lente proprietario da 3.ª cadeira

PORTO
TYPOGRAPHIA OCCIDENTAL
66—Rua da Fabrica—66
—
1889

SENHORES:

Como delegado da Academia Polytechnica do Porto, cumpre-me, nos termos da lei organica d'estas sessões annuaes, relatar sobre o ensino relativo ao anno lectivo findo do instituto meu constituinte, e propôr as providencias que julgo necessarias, até urgentes, ao melhoramento e progresso do ensino na referida Academia.

E' n'estas propostas que, formuladas em separado para serem prezentes á vossa esclarecida consideração, se deve concentrar toda a attenção do delegado, como sendo a parte util e prática da sua missão.

O assumpto de que se vae occupar este relatorio é portanto a apresentação justificada d'essas propostas. Uma estatistica annexa a este trabalho dá conta do movimento escolar relativo ao anno findo.

Digamos antes de tudo com sinceridade e desassombro da verdade que são mui consideraveis as deficiencias do ensino academico, que, apezar do zelo dos professores, se manifestam, principalmente, pela falta de dotação sufficiente dos estabelecimentos da Academia, que permitta adquirir o material indis-

pensavel ao moderno ensino scientifico, e sem o qual na maior parte das cadeiras os esforços do professor se absorvem em ensino pouco productivo.

O ensino nas Escolas Polytechnicas, como observa judiciosamente o professor Hlawatschek, deve, antes de tudo, tender para um vasto desenvolvimento theorico de todas as faculdades que se consideram como base da profissão a que se mira; devendo esse ensino ir além dos conhecimentos estrictamente necessarios para a prática da profissão. Mas esta prática já na escola deve ser sufficientemente dada para que a experiencia, mestra indispensavel, não tenha, depois da escola, senão a aperfeiçoal-a.

Se os estudos scientificos superiores, fecundados pela alliança aos estudos technicos, representam o progresso e são a unica garantia á prosperidade economica d'uma nação — como a Allemanha e os Estados-Unidos dão frisante exemplo — porque tanto se amesquinha a despeza com essa instrucção?

Ao cerrar-se o anno de 1886, um raio de esperança de que os estudos superiores iam ter a sua vez de prosperidade, parecia surgir: reformavam-se os Institutos industriaes de Lisboa e Porto com largueza de cadeiras, promptas a desdobrarem-se, abundancia de dotação e não menos de pessoal; mas esta aurora de felicidade não transpoz até agora o horisonte do ministerio das Obras Publicas.

Não se perca de todo a esperança, porque não ha rasão para que tão parcimoniosamente seja tratada a instrucção só fóra d'aquelle ministerio; e ainda que ella vacille n'aquelles que têem visto, quasi sempre sem resultado, os seus esforços empenhados durante longos annos em apontar as necessidades urgentes com que o ensino superior lucta entre nós, é dever da sua alta missão continuarem com paciente constancia no mesmo trilho.

As providencias que tenho a honra de vos propôr, são umas de natureza executiva, outras legislativa; n'estas que importam augmento de despeza, fiquei ainda áquem da exigencia d'alguns dos meus constituintes; e por intento reduzi o pedido para vos poder dizer que a cifra proposta para a dotação academica é *absolutamente indispensavel* para que o ensino se melhore, ou antes deixe de ser illusorio.

Mostrarei que a verba proposta fica ainda consideravelmente abaixo das verbas analogas que actualmente são votadas para as outras duas Escolas de Instrucção Superior d'este ministerio.

PROVIDENCIAS DE NATUREZA EXECUTIVA

A reforma da Academia Polytechnica, operada pela lei de 21 de julho de 1885, impoz que de prompto se ordenasse um regulamento cujas disposições deviam definir a organisação academica que vinha de ser modificada. O conselho academico assim comprehendeu essa urgente necessidade, votando-se com assiduidade a esse trabalho, e enviando, sob officio de 22 de dezembro d'aquelle mesmo anno, um projecto de regulamento: em 28 de julho de 1888 o poder executivo decretou o regulamento.

Tem, pois, um anno a prática do regulamento que em muitos pontos modificou profundamente o que o conselho havia proposto. Sem duvida que o trabalho do conselho não era perfeito; muito longe d'isso, havia até deficiencias; mas o regulamento official não o melhorou, antes o peorou pondo estreitas restricções ao exercicio do professor no ensino e modo de verificação do aproveitamento dos alumnos, e eliminando disposições de utilidade.

Taes e outras modificações do regulamento vão

ser propostas em separado segundo os artigos a que dizem respeito.

A proposta I modifica o artigo 5.º: Introduz, no quadro dos cursos, exercicios em mechanica racional, na 3.ª cadeira, o que de per si se justifica; decompõe o estudo de geometria descriptiva na 4.ª cadeira em tres partes, sendo a primeira constituida pela geometria projectiva e projecção central, e considerada integrante do programma da 1.ª cadeira, para que o ensino de geometria analytica receba o importante auxilio que aquelle conhecimento lhe presta; passa a geodesia, que pertence á 1.ª parte da 5.ª cadeira (astronomia e geodesia) para a segunda parte (topographia) afim dos alumnos concentrarem melhor a sua attenção n'aquella tão util sciencia ao seu desenvolvimento intellectual e moral, e para assim ficarem na 2.ª parte reunidas as duas disciplinas que naturalmente se correlacionam, dispensando os alumnos do curso preparatorio para a escola do exercito da disciplina de geodesia, que é especialmente dada n'uma cadeira d'esta escola de applicação.

Como consequencia d'estas modificações, no quadro do curso preparatorio para engenheiros constructores navaes, a 1.ª parte de geometria descriptiva que figura no 2.º anno do curso, correspondente agora segundo a proposta á 2.ª parte d'esta disciplina, deve passar para o 3.º anno do referido curso.

Na proposta II restringe-se a faculdade aos alumnos voluntarios de se matricularem como quizerem, pela regra de dependencia directa e necessaria que certas disciplinas têem das outras, taes como aquellas que se indicam na proposta.

Nada aproveita ao alumno tão lata liberdade de matricula, porque a dependencia do que não póde frequentar-se simultaneamente se fará necessariamente sentir com o inconveniente de perder o alumno

a frequencia que aproveitaria se para ella toda a sua attenção se houvesse dirigido.

Pela proposta III elimina-se do art. 19.º a organisação do horario no principio de cada anno lectivo, que deve ser feita na sessão de encerramento do anno lectivo anterior para conhecimento indispensavel da matricula dos alumnos voluntarios, como bem preceitua o art. 87.º, com a qual aquelle artigo estava assim em contradicção.

Na proposta IV pretende-se a modificação dos art.os 20.º e 21.º no que elles têem de demasiadamente taxativo no exercicio da regencia das cadeiras. Que parte do tempo da aula o lente deve explicar, como e quando deve verificar a applicação e aproveitamento dos alumnos, coisas são que se devem deixar livremente ao lente, se se não quer embaraçar gravemente a boa administração do ensino. Fallo em nome do conselho porque este já representou, sob officio de 18 de março ultimo, contra os inconvenientes de taes disposições.

A proposta V introduz varias modificações na prática dos exames de frequencia:

1.ª — Precisa em dois estes exames; porquanto o tempo lectivo util não excede a 7 mezes;

2.ª — Dá-se ao lente a faculdade de escolher a natureza da prova dos exames, porque é o unico competente para essa determinação, e de facto é o que se pratica;

3.ª — Sendo oraes essas provas, dá-se ao lente da cadeira a assistencia de mais dois lentes, mas sendo escriptas é aquelle lente o unico juiz.

Parece entre nós ser dogma fundamental, talvez reminiscencia de philosophia pythagorica, o terno de lentes para todos os actos de exames dos alumnos; mas a prática e o raciocinio mostram a inutilidade e o grave inconveniente de difficultar muitas vezes o

serviço dos exames. Na prova oral, comtudo, para melhor garantir o procedimento do lente da cadeira, unico examinador competente, a assistencia de mais dois lentes póde servir para dar testemunho n'uma prova de que não ficam vestigios duraveis e seguros depois do acto produzido; na prova escripta garante-se a justiça do julgamento pelo trabalho apresentado, onde toda a materia do juizo fica sempre patente. Por isso no § unico, que deve introduzir-se ao art. 37.º como consequencia da proposta, se manda archivar a prova escripta dos alumnos.

A proposta VI modifica o capitulo V do regulamento que diz respeito ao ensino de desenho. O ensino de desenho não póde ser regulado como o das outras disciplinas: dirigir a habilidade manual dos alumnos ou promover essa aptidão mechanica quando não haja para ella disposição natural, por meio de constante trabalho dos alumnos que o professor corrige individualmente, dando por essa occasião as regras praticas que fôr necessario fixar, é tudo a que se deve reduzir o ensino do desenho, para que elle attinja o seu fim—o exercicio prático da arte graphica.

Que significa, pois, a prova oral no exame de desenho de figura, paysagem e ornato (1.º anno do curso); no de architectura e aguadas (2.º anno); e no de topographia e machinas (3.º anno)?

E' a anatomia do corpo humano, dos animaes ou dos vegetaes, a theoria da perspectiva; é a theoria da architectura; são os processos de topographia e a theoria dos mechanismos, que devem servir de thema a essa prova oral? Mas isso não é desenho; são as sciencias cujo ensino constitue a undecima cadeira (Zoologia), a decima (Botanica), e a quarta (Geometria descriptiva); a decima-quarta (Construcções), a quinta (Topographia), e a terceira (Cinematica).

Evidentemente que tal prova é inexequivel. Pela proposta tornam-se as disposições regulamentares d'este ensino em harmonia com o que póde e deve ser.

A proposta VII regula os exames finaes pelos mesmos principios que vem indicados para os exames de frequencia, e como já fôra proposto pelo conselho academico no seu projecto do regulamento. Introduz-se um terceiro § no art. 43.º, dispensando do exame final todo o alumno cuja média de merito de frequencia seja egual ou superior a 17 valores.

Esta providencia tem facil justificação. A média de merito é o registo numerico d'uma avaliação feita durante um anno, e se ella attinge aquelle numero prova que o alumno é positivamente bom; para que serve, portanto, o exame final? Quem o poderia reprovar sem ao mesmo tempo mostrar que tal avaliação tinha sido levianamente dada, ou que mais vale julgar do merito do alumno por uma prova incomparavelmente menos segura. Quem não tem visto na prática do magisterio insufficiencia de prova final de exame corresponder a frequencia boa ou até distincta?

Pela providencia proposta estimula-se o zelo do alumno para procurar conseguir uma média que lhe dá como recompensa allivial-o d'um trabalho que nada serve para elle e que póde ser nocivo para o rigor dos exames.

Pela proposta VIII modifica-se o art. 44.º permittindo que os exames finaes possam começar na segunda quinzena de junho.

A experiencia mostra que, já com a actual frequencia das aulas de philosophia e com o terno de lentes obrigado para os exames finaes, o mez de julho é insufficiente para fazer esses exames em boas condições de avaliação segura; muitos exames por

dia fatigam os examinadores e precipitam as provas de modo a aggravar mais o que ellas já téem de aleatorio.

A proposta IX addiciona tres paragraphos que o conselho havia proposto no projecto do regulamento. Por elles o conselho, para effeitos scientificos, é dividido em cinco secções: Mathematicas geraes, mathematicas applicadas, desenho, sciencias physico-chimicas e naturaes, e sciencias sociaes.

Estas divisões existem para o effeito dos concursos ao magisterio, e de facto subsistem para os effeitos que se propõem. Devem figurar no regulamento.

A proposta X é uma das que reputo de maior alcance e utilidade prática. Por ella se propõe que o Director seja de eleição do conselho em lista dupla, e que as suas funcções terminem biennalmente, não podendo continuar em mais de dois biennios successivos.

O conselho no projecto do regulamento havia introduzido esta utilissima providencia. A administração do quer que seja, e principalmente d'uma corporação scientifica, exige qualidades especiaes n'aquelle que a deve exercer. Quem é que melhor póde conhecer o que as possue, e que do seio do conselho deve sahir, senão o proprio conselho?

A eleição aqui como em tudo, com todas as suas imperfeições, é incomparavelmente mais perfeita e util do que a imposição feita ao acaso ou dirigida por influencia isolada. Até os frades haviam reconhecido a alta utilidade de eleição em taes casos: os seus priores eram eleitos; e as freiras tinham tambem os seus abbadessados.

O progresso social tornou como um dos mais fundamentaes principios o da eleição, ou o reconhecido direito dos administrados ou dirigidos de esco-

lherem quem os deva administrar ou dirigir. E todavia os corpos docentes, onde a prática da eleição mais perfeita póde ser, ficaram privados do principio que tudo governa e tudo deve governar. Porque?

Mas além do inconveniente da nomeação, dar muitas vezes um dirigente, que não é o que a maioria entende ser o mais proprio para exercer esse cargo, o exercicio d'uma direcção gasta as faculdades moraes rompendo os laços de harmonia que podessem haver ao principio com a maioria dos dirigidos, pela maior predilecção que n'elle se possa despertar em favor d'um systema ou d'uma facção que o apoia; afrouxa o cuidado constante que deve haver para que tudo corra com a maxima regularidade, e a solicitude que se deve empregar para com o poder executivo em beneficio dos melhoramentos do instituto que se dirige.

Por isso a direcção deve ser temporaria e de curto periodo, para que aquelles inconvenientes inevitaveis se não façam sentir.

Para terminar esta parte das providencias de natureza executiva, apresento pela proposta XI a constituição d'um conselho de aperfeiçoamento, encarregado especialmente de estudar as questões pedagogicas, as disposições regulamentares que se devem introduzir na organisação academica a bem do ensino, e outras funcções tendentes a facilitar e a aperfeiçoar o exercicio do conselho da Academia.

O conselho de aperfeiçoamento não é uma innovação nas instituições da nossa instrucção publica; encontra-se no art. 65.º do decreto organico da Escola Polytechnica; mas que fosse, seria a ideia suscitada pela prática do exercicio academico.

As questões pedagogicas pedem estudo cuidadoso e preparação especial; as deliberações nos complexos assumptos do ensino e administração escolar

exigem prévia preparação sem a qual, como a experiencia tantas vezes mostra, ou são tomadas de leve, ou exigem delongas ao conselho academico, que entorpecem o serviço.

E' que questões trazidas á assembleia de muitos membros sem iniciação cuidadosa fazem dissipar o tempo, sem que muitas vezes compense o acerto da deliberação tomada. Que muitos deliberem é garantia para mais acertado julgamento, se as deliberações recahem sobre assumpto bem preparado.

Formulei a proposta n'este sentir: Na constituição do conselho de aperfeiçoamento, além do director como presidente, é membro nato o delegado da Academia ao conselho Superior de Instrucção Publica, por isso que, para as funcções que annualmente tem de desempenhar, deve iniciar-se a fundo em tudo o que diga respeito á Academia, para poder prestar todas as informações que lhe podem ser pedidas na sessão annual do referido conselho, (art. 3.º, n.º 2.º da C. de lei de 23 de maio de 1884).

PROVIDENCIAS DE NATUREZA LEGISLATIVA

> Chaque établissement d'instruction publique, de quelque catégorie qu'il soit, à quelque branche qu'il appartienne, devrait être pourvu d'une collection de tous les objects servant à l'enseignement, dans la plus large acception du mot, ou du moins, s'efforcer d'en acquérir une...
>
> Dans les écoles spéciales: tout ce qui peut être produit de plus riche dans l'idée, de plus propre à servir de modéle dans l'exécution. Les collections dans les écoles sont le complement de la parole du maitre.

Estas palavras do professor da escola real superior de Vienna, Rœsler, no seu relatorio ao Congresso internacional do ensino, em Bruxellas, caracterisam bem a importancia, a indispensabilidade das collecções do material de ensino; o que ninguem ousa contestar em discurso, mas que tão difficil é fazer valer quando se trata da sua realisação.

A Academia Polytechnica do Porto está n'este ponto em extrema penuria, porque o pouco que tem é insignificante em vista das exigencias do ensino superior technico que ella deve ministrar.

E', e tem sido sempre, de todas as tres escolas superiores congeneres d'este ministerio, a mais desfavorecida de dotação para o seu material de ensino, embora o seu pessoal, em todas as epochas, se tenha esforçado em solicitar dos poderes publicos o neces-

sario para que o ensino possa desenvolver-se á altura da missão que á Academia se confiou.

Como se trata de numeros, a prova do que se affirma vai ser decisiva. A *Tabella da distribuição da despeza no exercicio de 1888-89*, art. 27.º secção 1.ª, 2.ª e 3.ª, dá á Academia para sua despeza variavel a verba de 2:941$160 reis; para a Universidade, na parte comparavel á Academia, isto é para as faculdades de mathematica e de philosophia, assigna-lhe a verba de 8:144$600 reis; e para a Escola polytechnica, além da dotação certa de 16:000$000 reis em que se acha confundida a verba da despeza do material de ensino com a de juros e amortisação dos emprestimos para a construcção do edificio, dota-a com uma importante verba, para despeza variavel, que, reduzido ao que tem de comparavel com a Academia, monta a 8:108$800 reis.

E, para mais frisar a mesquinhez da dotação da Academia e as consideraveis differenças d'esta dotação com as das duas referidas escolas, deve notar-se que a Academia Polytechnica do Porto além de ministrar os cursos preparatorios para a admissão nos cursos especiaes, «é especialmente destinada a formar engenheiros civis de obras publicas, minas e industria e habilitar para commerciantes» (art. 1.º do Decreto organico), faculdade que não tem as outras duas escolas, e que reclama necessariamente um material especial mui dispendioso. Pois, inversamente ao que exige esta differença de funcções escolares, as cifras citadas dão mais de 5:000$000 reis de vantagem de dotação para a Universidade, e muito mais do que esta somma para a Escola polytechnica de Lisboa!

Se isoladamente se considera a verba de 2:941$160 reis dada á Academia Polytechnica e destinada a «premios a estudantes, despezas do expediente, compra

de livros para a bibliotheca, conservação e aperfeiçoamento do jardim botanico, dos gabinetes de physica, de historia natural e de cinematica e do laboratorio chimico, museus e despezas dos alumnos em missão, e publicação do *Annuario*», se para tantos misteres esta verba se derrama como gotta d'agua no oceano, considerada em parallelo ao que se destina ás outras escolas de mais restrictas funcções, e que a arithmetica cruamente apontou, não deixa fazer lisongeiro juizo a respeito da boa administração no nosso ensino publico. Não se tem, de certo, notado isto.

Mas o que convem não esquecer, independentemente do contraste apontado, é que se deve acudir de prompto a este estado de miseria pecuniaria em que está o importante estabelecimento superior das provincias do norte, dotando-o sufficientemente.

A minha proposta XII mira a este fim. Organisando-a, reduzi, como já disse, a exigencia de alguns dos meus constituintes; moderei o pedido, cortando ainda por necessidade do ensino, para vos dizer que na proposta está o *absolutamente indispensavel*, que é preciso satisfazer sem delonga.

São actualmente doze os estabelecimentos auxiliares do ensino na Academia Polytechnica; e quão pouco têm elles custado ao Estado dil-o o mappa annexo das quantias de dotação durante os ultimos quatorze annos. O estado em que elles se acham vem indicado, para alguns d'elles, em relatorios dos respectivos directores publicados nos ultimos annuarios. Seria portanto desnecessario dar aqui d'isso conhecimento, e só devo accrescentar algumas considerações ao relatorio do gabinete de cinematica, a meu cargo, que tambem se encontra na referida publicação do ultimo anno.

Este gabinete, por mim organisado, desde o anno lectivo de 1878-79, para o importantissimo en-

sino da theoria dos mechanismos, é exclusivamente constituido pelos modelos do systema Reuleaux.

A collecção que o sabio professor de Berlim indicou para o ensino consta de 248 modelos, dos quaes o gabinete, durante os dez annos da sua existencia, só tem podido adquirir 88; a importancia dos que faltam adquirir monta a 16:606 mark, ou seja 3:736$350 reis; e a sua importancia scientifica se revela sufficientemente na indicação das classes em que elles se distribuem, a saber:

N.	Escapamentos (Sperr und Schaltwerke) ...	3386
Q.	Engrenagens (Verzahnungen).....	920
R.	Cycloides esphericas (Sphärische Cykloiden)	895
S.	Guias rectas (Geradführungen).....	2705
T.	Guias parallelas (Parallelführungen)	1165
U.	Guias planas (Lagenführungen)	325
V.	Guias de correias (Riemenführungen)	1165
W.	Rodas de fricção (Reibungsräder).....	510
X.	Escapamentos de relojoaria (Uhrhemmungen).....	2270
Y.	Engrenagens recorrentes (Wende-und Wechselgetriebe)	2380
Z.	Conjugações (Kupplungen).....	885
	Mark	16:606

Concedida ao gabinete a verba que se indica na proposta, ficará a referida collecção quasi completa em cinco annos, bastando depois uma verba muito menor, por exemplo, de 150$000 reis, para se ir adquirindo os modelos que o progresso do ensino fôr produzindo.

A dotação para o laboratorio chimico (estabelecimento que tem sido o mais favorecido na distribuição da verba orçamental), completa-se por uma verba eventual creada pela proposta XIII.

O exercicio d'este estabelecimento differe do

dos outros, em que uma parte da verba que lhe fôr votada tem de ser empregada em material consumido annualmente na demonstração experimental e nos exercicios praticos dos alumnos; é portanto justo que os alumnos das cadeiras de chimica paguem directamente o que unicamente para elles é consumido na sua instrucção. E' o que se pratica em outros institutos; e é insignificante a quota individual que na proposta d'elles se exige.

A importancia d'esta verba eventual é de 285$000 reis, calculada sobre a média de 190 alumnos dada pelos ultimos quatro annos de frequencia nas duas cadeiras de chimica.

Pela proposta, a verba orçamental para o material de ensino e expediente fica elevada a 7:770$000 reis, ainda inferior ao que actualmente se destina á Universidade, e muito inferior ao que convinha pedir, se não houvesse o intento de a reduzir aos termos de não poder ser racionalmente recusada, já pelo seu valor em absoluto, já pelo valor comparativo aos dos outros institutos.

Na proposta XIV faço o pedido d'uma pequena verba destinada á impressão illustrada com phototypias do catalogo do gabinete de cinematica, contendo os necessarios desenvolvimentos historicos e scientificos para auxilio das lições dadas aos alumnos, e para tornar conhecido no nosso paiz o bello systema dos mecanismos de Reuleaux. E' a renovação d'uma parte da proposta que o Conselho academico approvou em sessão de 30 de julho de 1887, e enviada em officio da mesma data á Direcção geral de instrucção publica. Se bem que não depende esta proposta de sancção legislativa, fallo d'ella n'esta secção do relatorio por dizer respeito a material de ensino.

As propostas XV e XVI dizem respeito a pessoal. Vou ser muito parco n'esta especie de pedido;

tenho aqui tambem o intento de não propôr senão o extremamente necessario.

São quatro logares de pessoal subalterno a que reduzo o pedido.

O augmento de pessoal docente apresenta-se, na verdade, tambem necessario para o bom exercicio da 6.ª, 12.ª e 13.ª cadeira; mas, a meu vêr, prende-se este assumpto com a organisação que melhor convém estatuir para a admissão ao magisterio, assegurando que a escolha recahe em candidato que mais possua a vocação para o exercicio d'esta elevada missão, a qual exige qualidades particulares que não são necessariamente attributo do mais instruido. Mas é assumpto grave que adiarei para a seguinte sessão.

A deficiencia de pessoal docente far-se-hia menos sentir, se se não distraissem das cadeiras os professores, empregando-os em commissões permanentes que não podem ser cumulativamente desempenhadas com o exercicio do magisterio. O professor não deve ser senão professor; não deve largar o exercicio do seu nobre e elevado cargo — o verdadeiro sacerdocio das sociedades modernas — senão accidentalmente, mui temporariamente, quando de todo convenha utilisar em bem da instrucção a sua competencia especial.

Que sentido tem distrahil-o para outras funcções que lhe não permittem ser professor e lhe dão só a occupação na folha dos vencimentos d'um logar que não exerce, mas que a elle pertence? E' a simples prebenda na instrucção publica.

Os logares que se criam pelas referidas propostas, são de um conservador de instrumentos e modelos dos gabinetes de machinas, de cinematica, de astronomia e topographia; o logar de preparador para cada uma das cadeiras 9.ª e 11.ª, servindo tambem de

ajudante nos respectivos gabinetes; e o logar de servente d'estes dois gabinetes.

A conservação do que se adquiriu, por pouco que seja, é indispensavel; e nas machinas e instrumentos de metal a conservação exige cuidado seguido e reparação que o uso causa. Todos os annos, por mais d'uma vez, me tenho visto obrigado a limpar os modelos do gabinete a meu cargo, para tel-os no asseio necessario á sua conservação e ao fim a que se destinam; mas, se o numero dos objectos se torna consideravel, este trabalho, improprio do professor, não se faz ou não se póde repetir como convinha. Nos gabinetes relativos a cadeiras de ensino de observação e de trabalhos experimentaes, mais se accentua a necessidade de pessoal auxiliar como indispensavel, não só para o fim acima apontado, mas para preparar os objectos que téem de servir nas lições do curso para observações e exercicios. E' o extremo do que devia pedir, e por isso mesmo se deve conceder sem demora.

Dominando todas as extremas necessidades apontadas, cujo conjuncto traçam o quadro bem pouco lisongeiro em que se tem deixado estar o instituto que represento, levanta-se uma mais imperiosa, se possivel é, inadiavel — a questão do edificio.

A Academia Polytechnica está installada n'um edificio por concluir na sua parte principal, e onde se acham tambem na parte que o tecto abriga, quasi toda de construcção provisoria e completamente arruinada, o Collegio de Nossa Senhora da Graça (Collegio dos meninos orphãos), e o Instituto Industrial e Commercial. A communicação interna da secretaria e das salas situadas no lado sul e nascente com as do norte está interrompida, por se achar especado, em ameaça de desabamento, o corredor provisorio que a esse fim se destinava. Lastimoso estado d'um edifi-

cio para uma escola superior e situado na segunda cidade do reino!!

E comtudo para as despezas de construcção do edificio da Academia, o alvará de 9 de fevereiro de 1803 (determinação IV) impozera um real na venda de cada quartilho de vinho, contribuição que continuou e se encorporou nas rendas do Estado.

A continuação das obras do edificio, para se dar a necessaria largueza, diremos até o devido decoro ao serviço academico, exigia a expropriação das lojas existentes nos baixos do edificio, cujo rendimento o Collegio dos meninos orphãos disfructava; e em seguida a remoção d'este collegio. Mas para isso era necessario discriminar direitos de propriedade entre o Estado e a Camara Municipal, como administradora do referido collegio.

A carta de lei de 19 de junho de 1880 auctorisou o governo a mandar proceder á expropriação das lojas, dentro dos limites da verba de 4:000$000 reis que tem sido votada para as obras do edificio; mandando-se, em officio de 13 de maio de 1881, instaurar o competente processo de expropriação.

A questão de direitos surgiu então: uma commissão mixta da Academia e da Camara Municipal, de que foi presidente o actual governador civil do Porto, então presidente do municipio, accordou nas conclusões d'um relatorio por mim elaborado, e de que se deu conhecimento ao poder executivo em officio do director de 8 de julho de 1881. (Veja o *Annuario* de 1883/4, pag. 307 a 314). N'esse relatorio tudo ficou precisamente definido e claro.

O edificio da Academia, mandado construir pelo referido alvará sob a direcção da Junta da Administração da Companhia das Vinhas do Alto Douro, então inspectora e administradora da antiga Academia, foi projectado pelo capitão Amarante, no terreno

do mencionado collegio, seguindo a sua execução as plantas approvadas em 29 de setembro de 1807 pelo ministro do reino visconde da Barca.

Cessára a dedicada e zelosa administração da Junta, e a construcção logo estacionou por longos annos, por falta de subsidio, embora se continuasse a cobrar o imposto especial que para ella creára o citado alvará.

Os poderes publicos pareciam ter votado ao abandono o estabelecimento que o já citado alvará havia considerado «da maior vantagem e proveito para os habitantes das provincias do norte»; 400$000 reis era a dotação destinada para o seu material de ensino, expediente e reparações no edificio!!

Se a Academia Polytechnica tem tido a sorte de ser tão desprotegida pelos poderes do Estado, possuia a ventura de ter no seu seio membros de um zelo e dedicação inexcediveis. Um dos seus filhos mais distinctos e dedicados, Joaquim Torquato Alvares Ribeiro, um dos seus mais proeminentes membros, José de Parada e Silva Leitão, empenharam o seu vigoroso talento em fazer sahir a Academia do angustioso estado em que se achava. Assisti ainda a essa nobre lucta; vi quão irresistivel é a força da intelligencia quando se exerce desinteressada e sinceramente na causa da rasão e da justiça.

Como consequencia d'esses esforços, a portaria de 31 de dezembro de 1860 mandou organisar um plano definitivo para as obras indispensaveis no edificio, afim de approprial-o á Academia Polytechnica e ao actual Instituto Industrial e Commercial; e ordenava para isso que uma commissão composta do governador civil, dos directores dos dois estabelecimentos, do director das obras publicas e d'um lente de cada uma das duas escolas, procedesse a examinar todas as condições do edificio, organisasse o plano

geral da obra, tanto exterior como interior, fizesse acompanhal-o dos necessarios esclarecimentos e desenhos parciaes, e do seu orçamento com toda a possivel individuação, e que pelo ministerio este trabalho subisse com brevidade.

Esta commissão modificou o plano primitivo do capitão Amarante.

Annos depois (desde 1864), no orçamento de cada anno se votava a verba de 4:000$000 reis para a continuação das obras do edificio. Com esta verba se fez a fachada norte; e, com a auctorisação concedida pela citada lei, se tem expropriado as lojas do lado do nascente do edificio, e procurado adaptal-as a salas de aula.

Ultimamente as obras, como se refere no discurso do Director, na sessão publica de outubro ultimo, «tem continuado com alguma morosidade, attendendo a que se esperava pela elaboração por parte do governo do plano definitivo de adaptação do edificio á installação da Escola Medica e Academia conjunctamente»; e para o que recentemente, por ordem do governo, projectára um novo plano geral o já agora fallecido engenheiro Alfredo Soares.

Urge, portanto, que o governo tome resolução n'este ponto de que agora depende a malfadada construcção d'um edificio que, concluido, seria o mais bello da cidade. E o que desde já se impõe como inadiavel é a prompta remoção do Collegio dos meninos orphãos: tudo está em pessimas condições de segurança, e nada se póde construir sem essa remoção.

A proposta XVII formúla o que vem de ser desenvolvido sobre esta instante necessidade da nossa Academia.

Agosto de 1889.

O delegado da Academia Polytechnica do Porto

JOAQUIM D'AZEVEDO SOUZA VIEIRA DA SILVA ALBUQUERQUE.

Mappa da frequencia e resultado dos actos no anno lectivo de 1888-89

Cadeiras	Alumnos matriculados			Perdas de anno, annulações, desistencias, etc.	Actos em julho				Média de valores obtidos	N.º de alumnos candidatos a premio	Actos para outubro		
	Ordinarios	Voluntarios	Total		Approvações por unanimidade	Approvações por maioria	Reprovações	Total			Transferencias	Repetições	Total
1.ª	19	7	26	8	19	1	1	12	11,8	3	6	1	7
2.ª	10	23	33	1	24	2	1	27	12,13	6	5		5
3.ª	4	13	17	7	5	2		7	13,78	4	3		3
4.ª, 1.ª parte	4	24	28	15	6	6		12	10,75		1		1
2.ª »	1	10	11	2	2	6	1	9	10,75			1	1
5.ª, 1.ª »	1	10	11	2	4	4	1	9	10,5			1	1
2.ª »	6	4	10	1	7	2		9	11,77				
6.ª, 1.ª »	11	80	91	10	38		32	70	13,43	18	11	30	41
7.ª, 1.ª »	20	75	95	16	57		20	77	12,39	19	2	14	16
8.ª, 1.ª »		1	1		1			1	14,5				
2.ª »	10	27	37	14	7		9	16	13,14	2	7	6	13
3.ª »		1	1		1			1	20	1			
1.ª e 2.ª »		70	70	22	21		13	34	14,83	11	14	11	25
9.ª	1	10	11	4	5		2	7	16,9	4		2	2
10.ª, 1.ª »	1	55	56	30	25		1	26	12,76	5			
11.ª, 1.ª »		61	61	9	52			52	12,63	14			
12.ª	6	3	9	1	6	2		8	14,25	2			
13.ª	6	6	12	4	8			8	12,8	5			
14.ª	6	6	12	1	9	1	1	11	14	3			
15.ª	5	3	8	4	3	1		4	11,2	2			
16.ª, 1.ª »	4	21	25	10	15			15	14	1			
2.ª »		2	2		2			2	12				
17.ª		1	1		1			1	17,9	1			
18.ª	33	33	66	11	39	15		54			1		1

Quadro demonstrativo das quantias dadas a cada um pela distribuição da verba orçamental,

Annos	Designação do estabelecimento	Quantias
	Gab. de mod. de Geom. desc.	
1887/8		50$000
	Gabinete de cinematica	
1879/80		1.191$160
1880/1		
1884/5		500$000
1885/6		199$645
1887/8		157$500
1888/9		150$000
		2.198$305
	Gabinete de astronomia, geodesia e topographia	
1884/5		100$000
1885/6		100$000
1886/7		250$000
1887/8		314$500
1888/9		450$000
		1.214$500
	Gabinete de minas	
1886/7		200$000
1887/8		50$000
1888/9		150$000
		400$000
	Gab. de est. e mod. de des.º	
1883/4		50$000
1886/7		20$000
1887/8		18$000
1888/9		50$000
		138$000

Annos	Designação do estabelecimento	Quantias
	Gabinete de physica	
1875/6		20$000
1876/7		50$000
1877/8		37$360
1878/9		100$000
1879/80		300$000
1880/1		45$500
1881/2		50$000
1882/3		45$000
1883/4		50$000
1884/5		450$000
1885/6		50$000
1888/9		200$000
		1.397$860
	Laboratorio chimico	
1875/6		150$000
1876/7		270$000
1877/8		462$640
1878/9		263$310
1879/80		400$000
« (1)		1.000$000
1880/1		144$500
1881/2		417$000
1882/3		510$000
1883/4		670$000
1884/5		350$000
1885/6		624$730
1886/7		480$000
1887/8		480$000
1888/9		400$000
		6.622$180

(1) C. de Lei de 19 de junho de 1880.

dos estabelecimentos da Academia Polytechnica do Porto, durante os ultimos 14 annos

Annos	Designação do estabelecimento	Quantias	Annos	Designação do estabelecimento	Quantias
	Gab. de mineralogia, etc.			**Bibliotheca**	
1883/4		500$000	1875/6		630$000
1888/9		350$000	1876/7		482$000
		850$000	1877/8		427$000
	Jardim botanico		1878/9		337$690
1875/6		250$000	1879/80		306$800
1876/7		280$000	1880/1		200$000
1877/8		240$000	1881/2		150$000
1878/9		240$000	1882/3		365$980
1879/80		240$000	1883/4		446$850
1880/1		300$000	1884/5		243$945
1881/2		240$000	1885/6		744$110
1882/3		270$000	1886/7		845$115
1883/4		240$000	1887/8		642$795
1884/5		300$000	1888/9		400$000
1885/6		50$000			6:222$285
1886/7		50$000			
1887/8		70$000			
1888/9		100$000			
		2.870$000			
	Gabinete de zoologia				
1875/6		20$000			
1878/9		250$000			
1882/3		56$200			
1883/4		100$000			
1885/6		100$000			
1886/7		300$000			
1887/8		400$000			
		1.226$200			

PROPOSTAS

PROPOSTA I

Proponho que se modifique o art. 5.º do Dec. Regulamentar da Academia Polytechnica, de 28 de junho de 1888, segundo a indicação seguinte:

Introduzir no ensino da 3.ª cadeira exercicios de mecanica racional em duas sessões mensaes de duas horas cada uma. Decompôr a 4.ª cadeira nas seguintes partes: I—Geometria projectiva e projecção central, fazendo parte do programma da 1.ª cadeira para os effeitos do julgamento dos alumnos e dos quadros dos cursos, mas regida n'uma lição semanal pelo professor da 4.ª cadeira.

II—No 3.º anno do curso preparatorio em duas lições semanaes.

III — No 4.º anno do curso em uma lição semanal.

Que a 5.ª cadeira fique assim constituida:

I—Astronomia em duas lições semanaes no 4.º anno do curso.

II — Topographia e geodesia em duas lições semanaes no 5.º anno do curso especial.

Por esta divisão da cadeira, os alumnos do curso preparatorio com destino á escola do exercito ficam dispensados da geodesia, visto que é especialmente estudada n'uma cadeira da referida escola.

PROPOSTA II

Proponho que no art. 6.º do Regulamento da Academia Polytechnica se restrinja a faculdade de matricula aos alumnos voluntarios, segundo a regra seguinte:

— Para a matricula na 2.ª cadeira, habilitação com approvação na 1.ª cadeira e geometria descriptiva, 1.ª parte;

— Para a matricula na 3.ª cadeira, habilitação com approvação na 2.ª e 6.ª cadeira;

— Para a matricula na 4.ª cadeira, segunda parte, habilitação com approvação na 2.ª cadeira;

— Para a matricula na 4.ª cadeira, terceira parte, habilitação com approvação na 4.ª cadeira, segunda parte;

— Para a matricula na 5.ª cadeira, habilitação com approvação na 3.ª cadeira.

PROPOSTA III

Proponho que ao art. 19.º do Regulamento da Academia Polytechnica se dê a seguinte redacção:

Art. 19.º—No principio de cada anno lectivo, o conselho da Academia fixará o numero de dias de lição e exercicios das differentes cadeiras e cursos.

A nova redacção differe pela suppressão da organisação do horario feita no principio do anno lectivo, e que o art. 87.º bem manda fazer na sessão de encerramento do anno lectivo anterior.

PROPOSTA IV *

Proponho, como já o fez o Conselho academico em representação expedida por officio de 18 de março ultimo, que se substituam os arts. 20.º e 21.º do Regulamento da Academia pelos seguintes:

Art. 20.º — O ensino será dado em prelecções do lente sobre as materias do programma official. O lente inquire da applicação e do aproveitamento dos alumnos, ouvindo-os de lição ou interrogando-os.

Art. 21.º—Haverá repetições, nas aulas ou salas de estudo, nos dias que forem designados pelo lente da respectiva cadeira, devendo os alumnos ser avisados para ellas com 4 dias, pelo menos, de antecedencia.

§ unico.—Estas repetições serão oraes ou escriptas a juizo do lente, e durarão duas horas.

PROPOSTA V

Proponho que o art. 23.º do Regulamento da Academia se substitua pelo seguinte:

Art. 23.º—Em todas as cadeiras ha dois exames de frequencia que serão oraes ou escriptos, a juizo do respectivo lente, e que se verificarão em dois periodos determinados pelo conselho. Para os exames da prova escripta, haverá pontos ordenados pelo lente

---

* Esta proposta ficou assim redigida no parecer do conselho:

Art. 20.º—O lente da cadeira deverá fazer sempre prelecção sobre as doutrinas do programma official e reservar, quando julgar conveniente, uma parte do tempo da aula para ouvir os alumnos ou os interrogar sobre as doutrinas já explicadas.

Art. 21.º—O mesmo lente prescreverá repetições na aula ou sala de estudo, quando julgar conveniente, e determinará a fórma e extensão d'estas repetições, comtanto que indique aos alumnos dias para ellas com quatro dias, pelo menos, de antecipação.

da cadeira: o alumno n.º 1 da aula, extrahe da urna um d'esses pontos que será o thema commum para todos os examinandos do mesmo dia. Para os exames de prova oral, o lente da cadeira, unico arguente forçado, interroga livremente sobre a parte dada do programma.

§ 1.º—Estes exames, sendo oraes, serão feitos com assistencia de dois lentes nomeados pelo conselho, presidindo o lente da respectiva cadeira.

§ 2.º — Ao conselho pertence julgar as faltas a estes exames e fixar dia para novo exame dos alumnos que a justificarem.

§ 3.º—O alumno que não realisar qualquer d'estes exames, terá a nota de zero.

Em consequencia d'esta proposta, deve additar-se o seguinte § unico ao art. 37.º:

§ unico do art. 37.º—Sendo os exames por prova escripta, o lente da cadeira qualifica as provas pela referida tabella de valores, e envia á secretaria a relação d'essa qualificação com as provas dos alumnos, que ficarão archivadas durante um anno.

PROPOSTA VI

Proponho a substituição seguinte a alguns artigos do capitulo V do Regulamento que diz respeito ao ensino do desenho.

Art. 28.º e 29.º — O curso de desenho é distribuido em tres partes:

I — Desenho de figura, paysagem e ornato;

II — Desenho de architectura e aguadas;

III — Desenho topographico e de machinas;

§ unico — O ensino de cada uma d'estas partes é dado em 3 lições semanaes de duas horas cada uma. O professor dirige individualmente os alumnos no trabalho que a cada um destinou, fazendo

nos trabalhos as correcções necessarias, e ministrando n'essa occasião as regras e explicações convenientes.

Art. 31.º — No fim de fevereiro, em principios de março e no fim de maio, haverá revisão geral dos trabalhos executados durante o respectivo periodo, feita perante um jury composto do professor de desenho, do substituto da cadeira, e de um lente nomeado pelo conselho, se este entender conveniente.

§ 1.º — A avaliação dos trabalhos será feita nos mesmos termos dos exames de frequencia das outras cadeiras, considerando-se approvados os alumnos cuja média das cotas de cada uma das revisões fôr egual ou superior a 10.

§ 2.º — Na ultima revisão proceder-se-ha a segunda votação, que serve para graduar os alumnos que ficaram approvados, nos mesmos termos da votação analoga á dos exames finaes nas outras cadeiras.

§ 3.º—N'esta revisão o jury póde, se julgar conveniente, interrogar os alumnos sobre os trabalhos apresentados.

Art. 32.º—Os mezes de junho e julho são destinados para a prova de concurso de premios, ao qual serão unicamente admittidos os alumnos que tiverem obtido a graduação de 15 ou mais valores.

§ unico — A commissão de concurso que deve relatar sobre as provas, é, sempre que seja possivel, o proprio jury que avaliou os trabalhos dos alumnos durante o anno. O julgamento dos concurrentes será feito nos termos dos arts. 62.º e 63.º.

Art. 33.º — São applicaveis aos alumnos de desenho as disposições do regulamento relativas a faltas de frequencia.

PROPOSTA VII

Proponho a seguinte modificação ao art. 43.º do regulamento:

Art. 43.º — O jury dos exames finaes será composto de 3 lentes, sempre que seja possivel, sendo um o da cadeira que será arguente forçado, podendo todavia os outros dois, querendo, interrogarem depois d'aquelle.

Conservam-se os mesmos dois §§ e accrescenta-se o seguinte § 3.º:

§ 3.º — São dispensados do exame final os alumnos cuja média de merito de frequencia (art. 34.º, § 2.º) seja egual ou superior a 17, considerando-se esse valor, para os devidos effeitos, como cota de exame.

PROPOSTA VIII

Proponho que se dê a seguinte redacção ao art. 44.º do Regulamento:

Art. 44.º — Os exames finaes poderão começar na segunda quinzena de junho e continuarão no mez de julho, distribuindo-se o serviço por fórma que todos estejam concluidos no fim d'este mez.

PROPOSTA IX

Proponho que ao art. 73.º do Regulamento se addicionem os 3 §§ já propostos pelo conselho no projecto de regulamento, a saber:

§ 1.º — O conselho, para effeitos scientificos, divide-se nas seguintes secções: 1.ª — *Secção de mathematicas geraes,* comprehendendo os lentes da 1.ª, 2.ª, 3.ª, 4.ª e 5.ª cadeiras; 2.ª — *Secção de mathematicas applicadas, ou secção technica,* comprehendendo os lentes da

12.ª, 13.ª, 14.ª e 15.ª cadeiras. O substituto de mathematica pertence a ambas as secções. 3.ª—*Secção de desenho*, composta do lente da 18.ª cadeira e respectivo substituto; 4.ª—*Secção de sciencias physico-chimicas e naturaes*, comprehendendo os lentes de 6.ª, 7.ª, 8.ª, 9.ª, 10.ª, 11.ª cadeiras e o substituto; 5.ª—*Secção de sciencias*, comprehendendo os lentes da 16.ª e 17.ª cadeiras e o substituto.

PROPOSTA X

Proponho que o art. 91.º do Regulamento seja substituido por o que foi proposto pelo conselho no projecto do Regulamento, a saber:

Art. 91.º—O director é proposto biennalmente pelo conselho, por eleição d'entre os lentes proprietarios.

§ 1.º—A eleição é feita por escrutinio secreto em lista dupla e maioria relativa, e será tida no mez de outubro, no mesmo dia e no fim da sessão publica em que fôr recitado o discurso do director cujas funcções terminaram.

§ 2.º—E' admittida a reeleição, mas sómente uma vez sendo successiva.

§ 3.º—Ao governo pertence a nomeação do director d'entre os dois lentes propostos por eleição do conselho, dando-se conhecimento ao governo dos votantes e dos votos de cada um dos dois lentes eleitos, por meio d'uma copia authentica da acta da eleição, na qual se fará menção dos protestos e reclamações dos eleitores sobre a validade dos actos da eleição.

§ 4.º—A participação ao governo far-se-ha immediatamente ao acto da eleição.

§ 5.º—Na falta ou impedimento do director, fará suas vezes o lente mais antigo da Academia; porém, se o impedimento durar mais que 6 mezes, o conselho procede a nova eleição.

PROPOSTA XI

Proponho a constituição na Academia Polytechnica d'um conselho de aperfeiçoamento encarregado especialmente de estudar as questões pedagogicas e disposições regulamentares que se devem introduzir na organisação academica, a bem do ensino e progresso do instituto.

Art. ... — O conselho de aperfeiçoamento será composto do director da Academia como presidente, do delegado ao Conselho Superior de Instrucção Publica, servindo de secretario, e de 3 lentes eleitos biennalmente na mesma sessão da eleição do director.

§ 1.º—O conselho de aperfeiçoamento celebrará mensalmente uma sessão, podendo haver outras extraordinarias, sempre que o presidente julgar conveniente.

§ 2.º— O conselho de aperfeiçoamento apresentará ao conselho academico, na sua sessão de encerramento do anno lectivo, informações sobre o estado da Academia, e apontará as providencias que se devem propôr para o melhoramento e progresso do ensino. Estas providencias, depois de discutidas e julgadas em maioria do conselho academico, serão as que o delegado terá, principalmente, de propôr em sessão annual do Conselho Superior de Instrucção Publica.

§ 3.º — Ao conselho de aperfeiçoamento o conselho academico delega a direcção e inspecção da bibliotheca e a faculdade da escolha dos livros e publicações, que devem ser adquiridos segundo as requisições feitas pelos lentes dentro da verba da dotação d'aquelle estabelecimento.

§ 4.º — Ao conselho de aperfeiçoamento cumpre preparar e dar parecer sobre todos os assumptos que

téem de ser submettidos á deliberação do conselho academico.

PROPOSTA XII

Proponho que a verba de dotação variavel da Academia Polytechnica do Porto seja elevada á cifra de 7:770$000 reis, resultado da verba fixa de 6:650$000 reis destinada a material de ensino e expediente, e das verbas eventuaes de 720$000 reis para premios a alumnos, e de 400$000 reis para subsidios a alumnos em missão.

A verba fixa será distribuida pelos estabelecimentos academicos pela fórma seguinte:

1 — Gabinete de modelos de geometria descriptiva		200$000
2 — Gabinete de cinematica	(a)	700$000
3 — Gabinete de machinas		600$000
4 — Gabinete de astronomia, geodesia e topographia		400$000
5 — Gabinete de modelos e materiaes de contracção		400$000
6 — Gabinete de minas e laboratorio metallurgico		400$000
7 — Gabinete de estampas e modelos de desenho		100$000
8 — Gabinete de physica		600$000
9 — Laboratorio chimico	(b)	300$000
10 — Gabinete de mineralogia, geologia e paleontologia		400$000

(a) Esta verba, passados 5 annos, será reduzida a 150$000 reis.

(b) A dotação para este estabelecimento completa-se com a verba variavel, cuja importancia média é de 285$000 reis, indicada em proposta especial.

11 — Jardim botanico (e aula de botanica)..... (c)	400$000
12 — Gabinete de zoologia	400$000
Bibliotheca	800$000
Expediente	700$000
Para a publicação do *Annuario*	250$000

PROPOSTA XIII

Proponho que dos alumnos que se matricularem nas cadeiras de chimica (7.ª e 8.ª) se cobre no acto da matricula a quantia de 1$500 de cada um, destinada a fazer parte da dotação do laboratorio chimico, e para custear o material que o ensino experimental exige e consomme annualmente.

PROPOSTA XIV

Proponho que pela verba das despezas geraes do Ministerio do Reino sejam concedidos 250$000 reis no presente anno economico, para serem applicados á impressão illustrada com phototypias d'um trabalho meu, relativo á descripção scientifica e methodica dos modelos que actualmente o gabinete de cinematica possue, e com o fim de servir de auxilio aos alumnos.

PROPOSTA XV

Proponho a creação d'um logar de conservador dos instrumentos e modelos dos gabinetes de cinematica, machinas, astronomia, geodesia e topographia, com o ordenado annual de 300$000 reis.

(c) N'esta verba está incluido o juro de 1:000$000 reis, legado á Academia pelo barão de Castello de Paiva, com applicação á cultura do Jardim Botanico.

PROPOSTA XVI

Proponho a creação d'um logar de preparador para cada uma das cadeiras 9.ª (mineralogia, etc.) e 11.ª (zoologia), servindo tambem de ajudante nos respectivos gabinetes, com o ordenado annual de reis 320$000, e de um logar de servente para os mesmos gabinetes com o ordenado annual de 200$000 reis.

PROPOSTA XVII

Proponho, como necessidade inadiavel, a conclusão do edificio da Academia segundo o plano estudado pelo fallecido engenheiro Alfredo Soares, sendo desde já urgentissimo que se remova o collegio de Nossa Senhora da Graça (Collegio dos meninos orphãos), para se proceder immediatamente ás obras que são absolutamente indispensaveis ao exercicio academico; que se eleve a verba votada para as referidas obras, afim de se poder concluir de prompto a parte do edificio indispensavel á Academia, e que esse augmento seja sufficiente para sobre toda a verba se levantar um emprestimo que permitta concluir esse bello edificio, quando acabado, destinado a alojar tambem a outra Escola de instrucção superior da cidade, Escola Medico-Cirurgica.

PROPOSTA XVIII

Proponho que pela Direcção Geral de Instrucção Publica se publique annualmente um annuario de instrucção publica em Portugal, que, á similhança do que se publica na Belgica, contenha todos os dados estatisticos relativos á instrucção publica no Ministerio do Reino, isto é, a relação de todos os institutos officiaes de ensino, o pessoal, as verbas de despeza, o movi-

mento de frequencia e aproveitamento dos alumnos, as resoluções, documentos e mais informações uteis relativas ao exercicio do Conselho Superior, e um repertorio da legislação respectiva.

PROPOSTA XIX

Renovo a proposta, já feita na sessão passada, do restabelecimento dos exames de habilitação ou de admissão ás escolas de ensino superior, abolidos por Decreto de 4 de setembro de 1873, regulando-se esses exames por programmas que os conselhos das tres escolas, Universidade, Escola Polytechnica e Academia Polytechnica, ordenarão.

PROPOSTA XX

Proponho que se considere incompativel com o logar de professor qualquer commissão de caracter permanente, que não possa ser exercida cumulativamente com as funcções do magisterio.

As propostas n.os 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 12, 13, 14, 15, 16, 17 e 18, foram approvadas por unanimidade, e sem discussão em sessões plenarias, de 10 e 12 de outubro, do Conselho Superior de Instrucção Publica.

Deu sobre ellas desenvolvidos e lucidos pareceres o vogal dr. Adriano Xavier Lopes Vieira, delegado da Faculdade de Medicina da Universidade de Coimbra, os quaes, além da assignatura do vice-presidente do Conselho, tinham a dos membros da respectiva commissão, o conselheiro Antonio José Teixeira, presidente, Frederico Augusto Oom e o proponente.

Na votação da proposta n.º 18, o Conselheiro Director geral de instrucção publica absteve-se de votar.

As outras propostas, n.os 7, 9, 10, 11, 19 e 20, foram regeitadas em commissão.

Na graduação de todas as propostas sanccionadas com o voto do Conselho, as que dizem respeito á Academia foram postas em quinto logar.

Communicação da secção de philosophia ao delegado da Academia Polytechnica ao Conselho Superior de Instrucção Publica.

Ill.mo e Exc.mo Snr. — Tenho a honra de apresentar a V. Exc.ª, em satisfação ao officio da Directoria da Academia com a data de 25 do corrente, as propostas annexas a este officio, relativas ás necessidades mais instantes no ensino da secção de philosophia. As propostas foram organisadas em reunião de todos os lentes em exercicio da mesma secção e approvadas unanimemente.

Cumpre-me chamar a attenção de V. Exc.ª para os dois pontos seguintes:

1.º — No tocante a pessoal, a secção julga dever consignar como urgentissima a creação dos logares de naturalistas adjunctos e do chefe dos trabalhos praticos do Laboratorio.

2.º — Os logares de hortelão e servente são pagos actualmente pela dotação da Academia; não são, a bem dizer, logares novos.

A secção entende que é conveniente dar-lhes collocação no quadro do pessoal subalterno, com os ordenados indicados na proposta, visto serem tão imprescindiveis como os outros empregados academicos e haver vantagem em lhes dar alguma estabilidade.

Não se demora a secção de philosophia em justificar os novos pedidos que faz a bem do ensino. Sem pessoal

auxiliar e sem material não pódem os professores de sciencias physico-chimicas e naturaes educar-se convenientemente para o desempenho do seu papel docente, que não deve reduzir-se á simples reproducção oral das doutrinas aprendidas nos livros; sem esses elementos não pódem haver as demonstrações e exercicios praticos nos laboratorios e gabinetes, relativos a sciencias que, pela sua propria natureza, exigem trabalho constante de observação e experiencia. Ora, na Academia faltam esses elementos essenciaes de ensino, especialmente nas cadeiras de zoologia e botanica. E' para attender a esta falta essencial que se pede o subsidio extraordinario de 6:000$000 réis e o pessoal strictamente indispensavel. Bem sabe a secção que com as dotações e pessoal que por agora se pedem, os seus gabinetes não ficam por emquanto equiparados a outros congeneres, dizemos, do estrangeiro, mas até do nosso proprio paiz, e se limitou a tão pouco os seus pedidos é na esperança de todas as despezas que propõe serem efficazes e productivas para melhoramento do ensino academico.

Deus Guarde a V. Ex.ª — Porto, 27 de Junho de 1889. Ill.mo e Ex.mo Sr. Delegado da Academia Polytechnica.

O PRESIDENTE DA SECÇÃO PHILOSOPHICA,

(a) A. J. Ferreira da Silva.

I

A secção de philosophia approva que se renovem as propostas já sanccionadas pelo conselho superior nos annos anteriores, a saber :

1.ª Remoção urgentissima do collegio de N. Senhora da Graça ;

2.ª Augmento da verba para continuação das obras do edificio, afim de que elle possa ser promptamente concluido ;

3.ª Creação dos seguintes logares :

1 Chefe dos trabalhos praticos do Laboratorio
1 Conservador de mineralogia
1 Conservador de zoologia.

4.ª Desdobramento das cadeiras 6.ª (Physica), 8.ª (Chimica organica e analytica) e 9.ª (Mineralogia, geologia e paleontologia).

II

A secção de philosophia, é de parecer que, além d'estas propostas, sejam feitas as seguintes :

1.ª Fixação das dotações dos estabelecimentos auxiliares do ensino, annexos ás cadeiras da secção, pela fórma seguinte :

Gabinete de physica.....	500$000
Laboratorio chimico.....	600$000
Gabinete de mineralogia, geologia e paleontologia.....	500$000
Jardim botanico e aula de botanica..	500$000
Gabinete de zoologia.....	500$000
	2:600$000

2.ª Concessão d'um subsidio extraordinario, por uma só vez, até á quantia de 6:000$000 réis, destinado á acquisição d'um nucleo de instrumentos de dissecção, material para os gabinetes de mineralogia e botanica, creação d'um museu botanico, etc.

3.ª Creação dos seguintes logares :

1 Naturalista adjuncto para mineralogia e geologia
1 Dito para botanica
1 Dito para zoologia

5 Serventes: 1 para o gabinete de physica; 1 para o laboratorio chimico; 1 para a aula e gabinete de mineralogia; 1 para a aula e gabinete de botanica; 1 para a aula e gabinete de zoologia

1 Hortelão para o jardim
1 Servente do jardim.

4.ª Fixação dos ordenados annuaes dos empregados cuja creação se propõe, e dos actualmente existentes, pela fórma seguinte :

Naturalistas adjunctos e chefe dos trabalhos praticos do laboratorio; cada um.....	500$000

*

Preparador de chimica, conservadores dos gabinetes de physica, mineralogia e zoologia, e do official do jardim botanico; cada um.....	300$000
Serventes das aulas, gabinetes e laboratorios; e hortelão do jardim; cada um.....	200$000
Servente do jardim.....	90$000

5.ª Designação no orçamento do estado d'uma verba rasoavel para secretaria e expediente, bibliotheca, subsidios aos alumnos em missão e premios a estudantes, ficando esta verba, separada a importancia que em cada anno fôr destinada a premios aos alumnos, para ser distribuida pelo conselho academico, nos termos do n.º 15 do art. 88 do Regulamento.

(a) Antonio Joaquim Ferreira da Silva
José Diogo Arroyo
Manoel Amandio Gonçalves
Aarão Ferreira de Lacerda.

SECÇÃO SCIENTIFICA

FRAGMENTOS DE UM CURSO D'ANALYSE INFINITESIMAL

POR

F. GOMES TEIXEIRA

VI

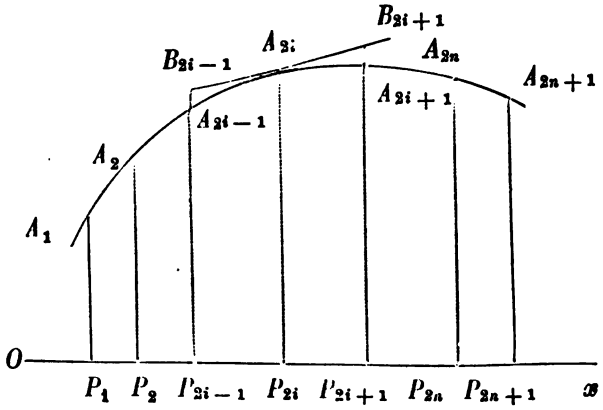
(CALCULO INTEGRAL)

Continuado do Annuario de 1888-1889

cujo valor é

$$m_2 = \frac{h}{2}(y_1 + y_1) + h \sum_{i=1}^{n-1} (y_{2i} + y_{2i+2}) + \frac{h}{2}(y_{2n} + y_{2n+1});$$

e finalmente é tambem maior do que a área do polygono ins-



cripto que passa pelos pontos A_1, A_2, etc. de ordem impar:

$$m_3 = \sum_{i=1}^{n} P_{2i-1} A_{2i-1} A_{2i+1} P_{2i+1}$$

cujo valor é

$$m_3 = h \sum_{i=1}^{n} (y_{2i-1} + y_{2i+1}).$$

Das expressões das áreas M, m_1, m_2, e m_3 tira-se as formulas de *Poncelet* e *Simpson* para o calculo approximado das áreas planas, como vamos vêr.

I — *Formula de Poncelet.* — Por estar a área S comprehendida entre M e m_2 podemos tomar para valor approximado S_1 de S a média de M e m_2. Temos assim a formula empregada por *Poncelet*

$$S_1 = \frac{1}{2}(M + m_2) = 2h \sum_{i=1}^{n} y_{2i} + \frac{h}{4}(y_1 + y_{2n+1} - y_2 - y_{2n}).$$

O valor absoluto do erro que se commette calculando S por meio d'esta formula é menor do que a quantidade

$$\frac{1}{2}(M - m_2) = \frac{h}{4}(y_2 + y_{2n} - y_1 - y_{2n+1}).$$

III — *Formula de Simpson.* — Comparando as expressões de M, m_1 e m_3 é facil de verificar que é

$$m_1 = \frac{1}{2}(M + m_3).$$

Como por outra parte $\frac{1}{3}(2M + m_3)$ está comprehendido entre M e $\frac{1}{2}(M + m_3) = m_1$ e como S está comprehendido entre estes mesmos valores, podemos tomar $\frac{1}{3}(2M + m_3)$ para valor approximado S_1 de S. Temos assim a formula empregada por *Simpson*

$$S_1 = \frac{1}{3}(2M + m_3)$$

$$= \frac{2}{3}h\left[2\sum_{i=1}^{n} y_{2i} + \sum_{i=0}^{n} y_{2i+1} - \frac{y_1 + y_{2n+1}}{2}\right].$$

Para avaliar o erro que se commette quando se calcula S por meio d'esta formula, note-se que, se S está comprehendido entre S_1 e M, da identidade

$$M - S_1 = \frac{1}{3}(M - m_3)$$

conclue-se que o valor absoluto d'este erro é menor do que $\frac{1}{3}(M - m_3)$; e que, se S está comprehendido entre S_1 e $\frac{1}{2}(M + m_3)$, da identidade

$$S_1 - \frac{1}{2}(M + m_3) = \frac{1}{6}(M - m_3)$$

conclue-se que o valor absoluto d'este erro é menor do que $\frac{1}{6}(M - m_3)$. Em ambos os casos o valor absoluto do erro é pois menor do que

$$\frac{1}{3}(M - m_3) = \frac{2h}{3}\left[\sum_{i=1}^{n} y_{2i} - \sum_{i=0}^{n} y_{2i+1} + \frac{y_1 + y_{2n+1}}{2}\right].$$

A demonstração tão simples da formula de *Simpson* que vimos de dar, é devida ao sr. *Mansion* (*).

III

Rectificação das curvas

40. — Procuremos o comprimento do arco da curva plana cuja equação é $y = f(x)$, comprehendido entre os pontos (x_0, y_0) e (X, Y).

Vimos no *Calculo Differencial* que é

$$s = \lim_{h=0}\left[h\sqrt{1 + f'(x_1)} + h\sqrt{1 + f'(x_2)} + \cdots + h\sqrt{1 + f'(X)}\right],$$

onde

$$x_1 = x_0 + h,\ x_2 = x_1 + h,\ \ldots,\ X = x_{n-1} + h.$$

Logo temos a formula

$$s = \int_{x_0}^{X} dx\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}.$$

(*) *Annales de la Société scientifique de Bruxelles*, tomo v, 1881.

No caso de a equação da curva proposta estar referida a coordenadas polares ρ e θ, calcula-se o comprimento do arco comprehendido entre os pontos (ρ_0, θ_0) e (ρ, θ), por meio da formula

$$s = \int_{\theta_0}^{\theta} d\theta \sqrt{\rho^2 + \left(\frac{d\rho}{d\theta}\right)^2}$$

que resulta de pôr no anterior $x = \rho \cos\theta$ e $y = \rho \operatorname{sen}\theta$.

Vamos fazer algumas applicações d'estas formulas.

I — Parabola. — Acha-se o comprimento do arco da parabola $y^2 = 2px$ comprehendido entre os pontos (x_0, y_0) e (X, Y) por meio do integral

$$s = \int_{x_0}^{X} \sqrt{\frac{2x+p}{2x}}.dx.$$

Para calcular este integral emprega-se o processo indicado no n.° 9, isto é, põe-se

$$\frac{2x+p}{2x} = t^2,$$

o que dá

$$dx = -\frac{pt\,dt}{(t^2-1)^2},$$

e portanto

$$\int \sqrt{\frac{2x+p}{2x}}.dx = -p\int \frac{t^2\,dt}{(t^2-1)^2}$$

$$= -\frac{p}{4}\left[\int \frac{dt}{(t+1)^2} - \int \frac{dt}{t+1} + \int \frac{dt}{(t-1)^2} + \int \frac{dt}{t-1}\right]$$

$$= \frac{pt}{2(t^2-1)} + \frac{p}{4}\log\frac{t+1}{t-1} + C.$$

Logo

$$s = \left[\sqrt{\frac{2x^2 + px}{2}} + \frac{p}{4} \log \frac{\sqrt{2x + p} + \sqrt{2x}}{\sqrt{2x + p} - \sqrt{2x}}\right]_{x_0}^{x}.$$

Podemos exprimir s em funcção de y para o que basta eliminar, na expressão precedente de s, x por meio da equação da curva, o que dá

$$s = \left[\frac{y}{2p}\sqrt{y^2 + p^2} + \frac{p}{2} \log \frac{y + \sqrt{y^2 + p^2}}{p}\right]_{y_0}^{y}.$$

III—LEMNISCATA.—A equação d'esta curva referida a coordenadas polares é

$$\rho = a\sqrt{\cos 2\theta},$$

e temos portanto, para achar o comprimento do arco comprehendido entre o ponto $(0, a)$ e o ponto (θ, ρ), a formula

$$s = a\int_0^{\theta} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos 2\theta}},$$

que, pondo

$$\operatorname{sen} \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{sen} \varphi,$$

e portanto

$$\cos 2\theta = 1 - \operatorname{sen}^2 \varphi = \cos^2 \varphi,\ d\theta = \frac{\cos \varphi\, d\varphi}{\sqrt{2}\sqrt{1 - \frac{1}{2}\operatorname{sen}^2 \varphi}},$$

dá

$$s = \frac{a}{\sqrt{2}}\int_0^{\theta} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - \frac{1}{2}\operatorname{sen}^2 \varphi}}.$$

Vê-se pois que o comprimento do arco de lemniscata considerado depende de um integral elliptico de primeira especie (n.° 14).

Aos arcos de lemniscata é applicavel o theorema enunciado no n.º 14 — III, e vê-se portanto que a somma dos comprimentos de dous arcos de lemniscata, contados a partir do ponto $(0, a)$, é o comprimento de um arco da mesma curva que se determina por meios elementares.

III — Ellipse. — No caso de ellipse

$$a^2 y^2 + b^2 x^2 = a^2 b^2$$

acha-se, considerando o arco comprehendido entre a extremidade do eixo maior e o ponto (x, y),

$$s = \int_0^x \frac{dx}{a} \sqrt{\frac{a^4 - (a^2 - b^2) x^2}{a^2 - x^2}} = \int_0^x \sqrt{\frac{a^2 - k^2 x^2}{a^2 - x^2}}\, dx,$$

onde $k = \frac{1}{a}\sqrt{a^2 - b^2}$.

Pondo n'este integral $x = a \operatorname{sen} \varphi$, o que dá $y = b \cos \varphi$, vem (n.º 14)

$$s = a \int_0^{\varphi} \sqrt{1 - k^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}\, . d\varphi = aE(k, \varphi);$$

e vê-se portanto que o comprimento do arco considerado depende do integral elliptico de segunda especie de Legendre.

Os arcos de ellipse gozam da propriedade expressa pelo theorema enunciado no n.º 14 — IV. No caso particular de ser $E = \frac{\pi}{2}$ decorre d'este theorema uma consequencia notavel. Com effeito, temos n'este caso

$$E(k, \varphi) + E(k, \psi) - E\left(k, \frac{\pi}{2}\right) = k^2 \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \psi$$

$$\cos \varphi \cos \psi = \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \psi \sqrt{1 - k^2},$$

e portanto, eliminando ψ,

$$E(k, \varphi) + E(k, \psi) - E\left(k, \frac{\pi}{2}\right) = \frac{k^2 \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi}{\sqrt{1 - k^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}}.$$

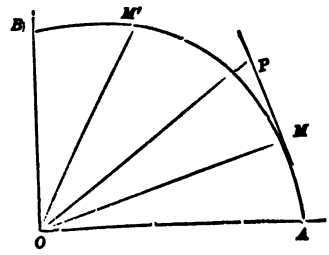
Posto isto, seja

$$AM = aE(k, \varphi),\ AM' = aE(k, \psi),\ AB = aE\left(k, \frac{\pi}{2}\right).$$

Teremos

$$AM + AM' - AB = AM - BM' = \frac{ak^2 \operatorname{sen}\varphi \cos\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \operatorname{sen}^2\varphi}}.$$

Para construir geometricamente o segundo membro d'esta igualdade, abaixemos de O uma perpendicular sobre a tan-



gente MP á ellipse no ponto M. O triangulo rectangulo OMP dá a relação

$$MP = OM \cos OMP,$$

ou, por serem $\frac{dx}{ds}$, $\frac{dy}{ds}$ os cosenos dos angulos formados pela tangente MP com os eixos coordenados e $\frac{a \operatorname{sen}\varphi}{OM}$, $\frac{b\cos\varphi}{OM}$ os cosenos dos angulos formados por OM com os mesmos eixos,

$$MB = OM\left(\frac{a \operatorname{sen}\varphi}{OM}\frac{dx}{as} + \frac{b\cos\varphi}{OM}\frac{dy}{ds}\right)$$

$$= \frac{(a^2 - b^2)\operatorname{sen}\varphi\cos\varphi}{a\sqrt{1 - k^2\operatorname{sen}^2\varphi}} = \frac{ak^2\operatorname{sen}\varphi\cos\varphi}{\sqrt{1 - k^2\operatorname{sen}^2\varphi}}.$$

Logo temos a igualdade importante

$$AM - BM' = MP$$

conhecida pelo nôme de *theorema de Fagnano.*

IV — Hyperbole. — Para obter o comprimento do arco da hyperbole cuja equação é

$$a^2 y^2 - b^2 x^2 = - a^2 b^2,$$

comprehendido entre o ponto $(0, a)$ e o ponto (x, y), podemos empregar a formula

$$s = \int_0^y dy \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2} = \int_0^y \sqrt{\frac{b^4 + (a^2 + b^2) y^2}{b^2 (y^2 + b^2)}}\, dy,$$

que, pondo

$$y = \frac{b^2 \operatorname{tang} \varphi}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad k = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}},$$

dá

$$s = \frac{a}{k} \int_0^\varphi \frac{(1 - k^2)\, d\varphi}{\cos^2 \varphi \sqrt{1 - k^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}}.$$

Temos porém, pondo $\Delta\varphi = \sqrt{1 - k^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}$,

$$\frac{d\left\{\operatorname{tang} \varphi \sqrt{1 - k^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}\right\}}{d\varphi} = \frac{\Delta\varphi}{\cos^2 \varphi} - \frac{k^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}{\Delta\varphi}$$

$$= \frac{1}{\cos^2 \varphi\, \Delta\varphi} - \frac{k^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}{\cos^2 \varphi\, \Delta\varphi} - \frac{k^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}{\Delta\varphi}$$

$$= \frac{1 - k^2}{\cos^2 \varphi\, \Delta\varphi} - \frac{1 - k^2}{\Delta\varphi} + \Delta\varphi,$$

o que dá

$$\int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\cos^2 \varphi\, \Delta\varphi} = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\Delta\varphi} - \frac{1}{1 - k^2} \int_0^\varphi \Delta\varphi\, d\varphi + \frac{\operatorname{tang} \varphi\, \Delta\varphi}{1 - k^2};$$

logo

$$s = \frac{a}{k}\left[(1 - k^2)\, F(k, \varphi) - E(k, \varphi) + \Delta\varphi \operatorname{tang} \varphi\right].$$

Por meio d'esta formula, devida a *Legendre*, faz-se depender o comprimento do arco de hyperbole das funcções ellipticas de primeira e segunda especie.

Eliminando n'esta igualdade $F(k, \varphi)$ por meio das formulas (1) e (2) do n.° 14, vem ainda

$$s = \frac{a}{k}\left[E(k, \varphi) - 2(1 + k)\, E(k_1, \varphi_1) + 2k \operatorname{sen} \varphi + \Delta\varphi \operatorname{tang} \varphi\right].$$

Por meio d'esta formula, devida a *Landen*, faz-se depender o comprimento do arco de hyperbole de duas funcções ellipticas de segunda especie ou, por outras palavras, dos comprimentos de dous arcos de ellipse.

V — Cycloide. — Para achar o comprimento do arco da cycloide cujas equações são

$$x = r(t - \operatorname{sen} t),\ y = r(1 - \cos t),$$

comprehendido entre os pontos correspondentes a $t = t_0$ e $t = t_1$, temos

$$s = \int_{t_0}^{t_1} \sqrt{dx^2 + dy^2} = \int_{t_0}^{t_1} r\sqrt{2 - 2\cos t}\, dt = 2r\int_{t_0}^{t_1} \operatorname{sen} \frac{1}{2} t\, dt$$

$$= 4r\left(\cos \frac{1}{2} t_0 - \cos \frac{1}{2} t_1\right).$$

Para achar o comprimento de uma arcada de cycloide ponha-se $t_0 = 0$, $t_1 = 2\pi$, o que dá $s = 8r$; logo o *comprimento de uma arcada de cycloide é igual a oito vezes o raio do circulo gerador.*

41. — Consideremos agora uma curva no espaço, cujas equações são $y = f(x)$ e $z = F(x)$.

O comprimento s do arco d'esta curva será dado pela formula

$$s = \int_{x_0}^{x} dx \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2},$$

onde se deve substituir por $\frac{dy}{dx}$ e por $\frac{dz}{dx}$ os valores tirados das equações da curva.

EXEMPLO — Applicando a formula anterior á curva cujas equações são

$$x = b \cos t,\ y = b \operatorname{sen} t,\ z = \frac{1}{2} at^2,$$

onde a e b são constantes, vem

$$s = \int_{t_0}^{t} \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} = \int_{t_0}^{t} \sqrt{b^2 + a^2 t^2}\, .\, dt$$

ou (n.º 10 — II e 11)

$$s = \left[\frac{t\sqrt{b^2 + a^2 t^2}}{2}\right]_{t_0}^{t} + \frac{b^2}{2}\int_{t_0}^{t} \frac{dt}{\sqrt{b^2 + a^2 t^2}}$$

$$= \left[\frac{t\sqrt{b^2 + a^2 t^2}}{2}\right]_{t_0}^{t} + \frac{b^2}{2a} \log \frac{at + \sqrt{b^2 + a^2 t^2}}{at_0 + \sqrt{b^2 + a^2 t_0^2}}.$$

IV

Integraes duplos. Volumes dos solidos

42. — Seja $z = f(x, y)$ a equação de uma superficie e $F(x, y) = 0$ a equação de um cylindro que corta esta superficie segundo uma curva fechada, ao longo e no interior da qual a superficie é continua e tal que a cada systema de valores de x e y corresponde um unico valor de z. Decomponha-se a base A d'este cylindro em figuras parciaes cujas áreas sejam $s_1, s_2, \ldots, s_n$, e represente-se por $z_1, z_2, \ldots, z_n$ as ordenadas de qualquer dos pontos da superficie que se projectam respectivamente sobre $s_1, s_2, \ldots, s_n$. Posto isto, vamos demonstrar o seguinte theorema:

1.º — *A somma*

$$S = s_1 z_1 + s_2 z_2 + \ldots + s_i z_i + \ldots + s_n z_n$$

tende para um limite finito e determinado quando ambas as dimensões das superficies $s_1, s_2, \ldots, s_n$ *tendem simultaneamente para zero.*

2.º — *Este limite tem um valor unico, qualquer que seja o módo como se decomponha A em superficies parciaes, e qualquer que seja o módo como estas superficies tendam para zero.*

1.º — Supponhamos primeiramente que $z_1, z_2, \ldots, z_n$ representam as maiores das ordenadas dos pontos da superficie que se projectam respectivamente sobre $s_1, s_2, \ldots, s_n$. Decompondo a área s_i em m áreas parciaes s'_i, s''_i, etc., de módo que seja

$$s_i = s'_i + s''_i + \ldots,$$

e chamando z'_i, z''_i, etc. as maiores das ordenadas dos pontos da superficie que se projectam respectivamente sobre s'_i, s''_i, temos

$$z'_i \gtrless z_i,\ z''_i \gtrless z_i,\ \ldots;$$

e portanto

$$s_i z_i = s'_i z_i + s''_i z_i + \ldots$$

$$\gtrless s'_i z'_i + s''_i z''_i + \ldots$$

O primeiro membro d'esta desigualdade representando uma qualquer das parcellas de S e o segundo membro a somma das que a substituem quando se divide s_i em m partes, podemos concluir que a somma S diminue ou conserva-se constante quando augmenta o numero de partes em que se divide a área A. Por outra parte, o seu valor conserva-se sempre maior do que

$$z_0 (s_1 + s_2 + \ldots + s_n) = A z_0,$$

representando por z_0 a menor das ordenadas dos pontos da

superficie que se projectam em A. Logo a somma S tende para um limite finito e determinado quando s_1, s_2, etc. tendem para zero.

Supponhamos agora que z_1, z_2, etc. não representam os valores das maiores ordenadas dos pontos da superficie que se projectam em s_1, s_2, etc., e sejam M_1, M_2, etc. estes valores. Por ser continua a superficie na regiao projectada em A, é

$$z_1 = M_1 + \varepsilon_1,\ z_2 = M_2 + \varepsilon_2,\ \ldots$$

onde ε_1, ε_2, etc. representam quantidades que tendem para zero quando s_1, s_2, etc. tendem para zero. Logo temos

$$\Sigma z_i\ s_i = \Sigma M_i\ s_i + \Sigma \varepsilon_i\ s_i,$$

o que dá, chamando ε a maior das quantidades $|\ \varepsilon_1\ |$, $|\ \varepsilon_2\ |$, etc.,

$$|\ \Sigma s_i\ z_i - \Sigma M_i\ s_i\ | = |\ \Sigma \varepsilon_i\ s_i\ | < \varepsilon \Sigma s_i.$$

Quando s_1, s_2, etc. tendem para zero, ε tende para zero e a somma Σs_i, que representa a área de A, conserva-se finita; logo as duas sommas $\Sigma s_i\ z_i$ e $\Sigma M_i\ s_i$ tendem para o mesmo limite.

Está portanto demonstrada a primeira parte do theorema enunciado. Para demonstrar a segunda, consideremos duas sommas S e S_1 correspondentes a dous módos differentes de divisão da superficie A, e seja S_2 uma somma que corresponde a um terceiro módo de divisão, em que figuram todas as áreas das duas divisões anteriores. A área s_i da primeira divisão conterá uma ou mais áreas s'_i, s''_i, etc. da terceira divisão, e á parcella $s_i\ z_i$ da somma S corresponderão as parcellas

$$u_i = s'_i\ z'_i + s''_i\ z''_i + \ldots$$

da somma S_2. Mas por ser continua a funcção z no ponto cuja ordenada é z_i, temos

$$z_i = z'_i + \varepsilon_i,\ z_i = z''_i + \varepsilon'_i,\ \ldots,$$

onde ε_i, ε'_i, etc. são quantidades infinitamente pequenas com s_i; e portanto

$$S_2 = \Sigma u_i = \Sigma z_i\,(s'_i + s''_i + \ldots) - \Sigma\,(\varepsilon_i\, s'_i + \varepsilon'_i\, s''_i + \ldots)$$

$$= \Sigma z_i\, s_i - \Sigma\,(\varepsilon_i\, s'_i + \varepsilon'_i\, s''_i + \ldots),$$

d'onde se tira

$$|S_2 - S| = |\Sigma\,(\varepsilon_i\, s'_i + \varepsilon'_i\, s''_i + \ldots)| < \varepsilon\Sigma\, s_i,$$

chamando ε a maior das quantidades $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon'_1, \varepsilon'_2, \ldots$, etc.

Quando s_1, s_2, etc. tendem simultaneamente para zero, ε tende para zero; logo S e S_2 tendem para um mesmo limite.

Demonstra-se do mesmo módo que S_1 e S_2 tendem para um mesmo limite.

Logo S e S_1 tendem para um mesmo limite, que é o que se pretendia demonstrar.

Ao limite da somma S, cuja existencia vimos de demonstrar, chama-se *integral duplo de* $f(x, y)$, e representa-se pelo signal $\iint_A f(x, y)\, dx\, dy$. Se a funcção $f(x, y)$ é positiva na região A considerada, cada parcella de S representa em Geometria um volume, assim como o limite de S. Este limite é, por definição, o volume V da porção do cylindro, cuja equação é $F(x, y) = 0$, comprehendida entre o plano xy e a superficie $z = f(x, y)$. Cada parcella da somma S chama-se um *elemento do integral duplo*, e o volume correspondente um *elemento do volume* V.

43. — Os integraes duplos têem sido objecto de trabalhos importantes que aqui não podemos expôr desenvolvidamente. Limitar-nos-hemos a demonstrar, a este respeito, as propriedades seguintes:

I — Da definição de integral duplo resulta immediatamente que, se decompozermos a região A nas regiões a, b, etc., de módo que seja

$$A = a + b + \ldots,$$

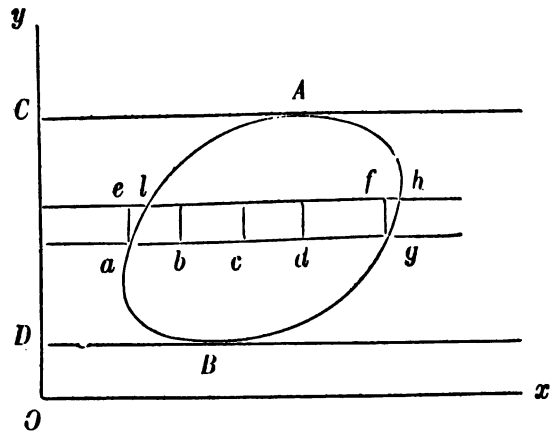
teremos

$$\iint_A f(x, y)\, dx\, dy = \iint_a f(x, y)\, dx\, dy + \iint_a f(x, y)\, dx\, dy + \ldots$$

II — E' sempre possivel fazer depender a determinação do integral duplo de duas integrações simples, como vamos vêr.

Supponhamos que a curva fechada *Aa Bg A* representada pela equação $F(x, y) = 0$ não póde ser cortada por parallelas ao eixo das abscissas em mais de dous pontos, e que $\varphi(y)$ e $\psi(y)$ são os dous valores de x que correspondem a cada valor de y. Pelos pontos A e B onde as ordenadas d'esta curva, que representaremos por b e a, têem o valor maximo e minimo tiremos parallelas AC e BD ao eixo das abscissas e dividamos depois o intervallo CD em m partes iguaes a k. Pelos pontos de divisão tiremos parallelas ao eixo das abscissas, que decompõem A em m partes.

Consideremos em seguida uma d'estas partes *algh* e decomponhamol-a n'outras por meio de parallelas ao eixo das ordenadas tiradas pelos pontos b, c, d, etc., que resultam de dividir a recta ag em n partes iguaes a h_i. Chamando x_0, x_1,



x_2, etc. as abscissas d'estes pontos e y_i a sua ordenada commum, s_i e s''_i as áreas de *ael* e *gfh*, e z'_i e z''_i as ordenadas de dous pontos da superficie $z = f(x, y)$ que se projectem em *ael* e *gfh*, a somma u_i dos elementos do integral $\iint_A f(x, y)\, dx\, dy$ correspondentes á região *algh* é

$$u_i = k\,[h_i f(x_1, y_i) + h_i f(x_2, y_i) + \ldots + h_i f(x_n, y_i)]$$

$$+ (s''_i z''_i - s'_i z'_i),$$

e a somma total dos elementos d'este integral duplo é

$$S = u_1 + u_2 + \ldots + u_i + \ldots + u_m.$$

Fazendo agora tender h_i e k para zero, e notando que x_0 e x_n representam os dous valores de x tirados da equação $F(x, y) = 0$ correspondentes ao valor y_i de y, e que é

$$\lim_{h_i=0}\left[h_i f(x_1, y_i) + h_i f(x_2, y_i) + \ldots + h_i f(x_n, y_i)\right]$$

$$= \int_{\varphi(y_i)}^{\psi(y_i)} f(x, y_i)\, dx,$$

vem

$$\iint_A f(x, y)\, dx\, dy = \lim_{k=0}\left[k\int_{\varphi(y_1)}^{\psi(y_1)} f(x, y_1)\, dx\right.$$

$$\left. + k\int_{\varphi(y_2)}^{\psi(y_2)} f(x, y_2)\, dx + \ldots + k\int_{\varphi(y_m)}^{\psi(y_m)} f(x, y_m)\, dx\right]$$

$$+ \lim \Sigma\,(s''_i\, z''_i - s'_i\, z'_i),$$

ou, por ser $y_1 = a + k$, $y_2 = y_1 + k$, $\ldots$, $y_m = b$,

$$\iint_A f(x,y)\, dx\, dy = \int_a^b dy \int_{\varphi(y)}^{\psi(y)} f(x,y)\, dx + \Sigma\,(s''_i\, z''_i - s'_i\, z'_i).$$

Chamando porém M o valor da maior das ordenadas dos pontos da superficie $z = f(x, y)$ que se projectam na região A, temos evidentemente a desigualdade

$$|\Sigma\,(s''_i\, z''_i - s'_i\, z'_i)| < M\Sigma\,(s''_i + s'_i);$$

que, por a somma que entra no segundo membro representar uma superficie collocada ao longo da linha que limita A, a

qual tende para zero quando k, h_1, h_2, etc. tendem para zero, dá

$$\lim \Sigma \, (s''_i \, z''_i - s'_i \, z'_i) = 0.$$

Temos pois a igualdade

$$\iint_A f(x, y) \, dx \, dy = \int_a^b dy \int_{\varphi(y)}^{\psi(y)} f(x, y) \, dx,$$

por meio da qual se faz depender a determinação do integral duplo de duas integrações successivas.

III — No que precede principiámos por decompôr a região A por meio de parallelas ao eixo das abscissas. Se principiarmos porém por decompol-a por meio de parallelas ao eixo das ordenadas, e se a equação $F(x, y) = 0$ der, para cada valor de x, dous valores $y = \pi(x)$ e $y = \theta(x)$ de y, acha-se do mesmo módo

$$\iint_A f(x, y) \, dx \, dy = \int_\alpha^\beta dx \int_{\theta(x)}^{\pi(x)} f(x, y) \, dy,$$

onde α e β representam o maximo e minimo valor das abscissas da curva $F(x, y) = 0$. Temos pois

$$\int_a^b dy \int_{\varphi(y)}^{\psi(y)} f(x, y) \, dx = \int_\alpha^\beta dx \int_{\theta(x)}^{\pi(x)} f(x, y) \, dy.$$

Se a região A é limitada por duas rectas $y = a$ e $y = b$ parallelas ao eixo das abscissas, e duas rectas $x = \alpha$ e $x = \beta$ parallelas ao eixo das ordenadas, a igualdade precedente dá

$$\int_a^b dy \int_\alpha^\beta f(x, y) \, dx = \int_\alpha^\beta dx \int_a^b f(x, y) \, dy.$$

Logo se a, b, α e β são quatro constantes finitas e a funcção $f(x, y)$ é continua quando x varia desde α até β e y desde a até b, pode-se inverter a ordem das integrações.

44. — Vê-se pelo que precede que, quando a funcção

$f(x, y)$ é positiva para todos os valores de x e y pertencentes á região A, póde calcular-se o volume da porção do cylindro, cuja base é $F(x, y) = 0$, comprehendida entre esta base e a superficie $z = f(x, y)$, por meio de uma das formulas

$$V = \int_a^b dy \int_{\varphi(y)}^{\psi(y)} f(x, y)\, dx, \quad V = \int_\alpha^\beta dx \int_{\theta(x)}^{\pi(x)} f(x, y)\, dy.$$

Se a funcção $f(x, y)$ é negativa na região A, calcula-se este volume por meio das formulas

$$V = -\int_a^b dy \int_{\varphi(y)}^{\psi(y)} f(x, y)\, dx, \quad V = -\int_\alpha^\beta dx \int_{\theta(x)}^{\pi(x)} f(x, y)\, dy.$$

Quando se quer determinar o volume de um corpo que não está nas condições especiaes consideradas anteriormente, decompõe-se n'outros que estejam n'estas condições e de que aquelle resulte por meio de sommas e subtracções.

No caso particular importante em que se pretende achar o volume de um solido terminado por uma superficie continua, que qualquer recta não possa cortar em mais de dous pontos, e collocado acima do plano xy, deve-se circumscrever á superficie um cylindro perpendicular ao plano xy e achar a differença entre a porção d'este cylindro terminada na face superior e a porção do mesmo cylindro terminada na face inferior da superficie.

N'este caso a equação $f(x, y, z) = 0$ da superficie deve dar os dous valores $z = f_1(x, y)$ e $z = f_2(x, y)$ para cada systema de valores de x e y, os quaes correspondem, um á face superior, e outro á face inferior da superficie.

Para achar a equação $F(x, y) = 0$ da base do cylindro basta notar que, devendo a curva de contacto da superficie com o cylindro ter o seu plano tangente perpendicular ao plano xy, as suas equações são

$$f(x, y, z) = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial z} = 0;$$

e portanto que a equação da base do cylindro resulta de eliminar z entre estas duas equações.

Se o corpo que vimos de considerar, corta o plano xy, acha-se o seu volume procurando separadamente os volumes

das partes collocadas acima e abaixo d'este plano e sommando os resultados.

EXEMPLO — Procuremos o volume do ellipsoide cuja equação é

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

Consideremos primeiramente a parte d'este solido collocada acima do plano xy. N'este caso a equação da base do cylindro circumscripto é

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

e como o maior e o menor valor de y são $+ b$ e $- b$, temos, pondo $\frac{a}{b}\sqrt{b^2 - y^2} = B$,

$$V = \int_{-b}^{b} dy \int_{-B}^{B} \frac{c}{a}\sqrt{B^2 - x^2}\, dx,$$

que por ser (n.º 10 — II)

$$\int \sqrt{B^2 - x^2}\, dx = \frac{1}{2}\, x\sqrt{B^2 - x^2} + \frac{1}{2}\, B^2 \operatorname{arc\,sen} \frac{x}{B},$$

dá

$$V = \frac{\pi ac}{2} \int_{-b}^{b} \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right) dy = \frac{2}{3}\, \pi abc.$$

Logo o volume total do ellipsoide é igual a $\frac{4}{3}\, \pi abc$.

45. — No caso das superficies de revolução, geradas pelo movimento de uma curva á roda de um dos eixos coordenados, póde sempre realisar-se uma das integrações de que depende V. Seja

$$x^2 - \varphi^2(y) = 0$$

a equação d'esta curva e seja o eixo dos y o eixo de revolução; a equação da superficie de revolução é

$$x^2 + z^2 = \varphi^2 (y).$$

A curva cuja equação é $x^2 - \varphi^2 (y) = 0$ divide o corpo considerado em duas partes iguaes collocadas uma acima e outra abaixo do plano xy. Para achar o volume da primeira, que é terminada por este plano e pela superficie cuja equação é

$$z = + \sqrt{\varphi^2 (y) - x^2},$$

temos de empregar a formula

$$\frac{1}{2} V = \int_a^b dy \int_{-\varphi (y)}^{\varphi (y)} \sqrt{\varphi^2 (y) - x^2}\, dx,$$

que, por ser

$$\int_{-\varphi (y)}^{\varphi (y)} \sqrt{\varphi^2 (y) - x^2}\, dx = \frac{\pi}{2} \varphi^2 (y)$$

dá

$$V = \pi \int_a^b \varphi^2 (y)\, dy.$$

Exemplo 1.° — O volume gerado pelo segmento da parabola $x^2 = 2py$ comprehendido entre o vertice da curva e o ponto cuja ordenada é Y, movendo-se á roda do eixo dos y, é dado pela formula

$$V = 2\pi p \int_0^Y y dy = \pi p Y^2.$$

Exemplo 2.° — Para achar o volume da porção do hyperboloide de revolução de uma só folha gerada pelo movimento da hyperbole

$$a^2 y^2 - b^2 x^2 = - a^2 b^2$$

á roda do eixo do y, comprehendido entre os planos perpendiculares a este eixo tirados pelos pontos cujas ordenadas são $-Y$ e Y, emprega-se a formula

$$V = \frac{\pi a^2}{b^2}\int_{-Y}^{Y}(y^2 + b^2)\,dy = \frac{2\pi a^2 Y}{b^2}\left(\frac{1}{3}Y^2 + b^2\right).$$

V

Areas das superficies curvas

46. — LEMMA — Se S representar a área de uma superficie plana, s a área da sua projecção sobre outro plano e ω o angulo dos dous planos, entre as duas áreas existe a relação

$$s = S\cos\omega.$$

Esta proposição é demonstrada na Trigonometria no caso de S e s representarem áreas de figuras terminadas por linhas rectas. No caso das figuras terminadas por linhas curvas, S é o limite de uma somma de rectangulos infinitamente pequenos R e s o limite da somma das projecções r d'estes rectangulos sobre o outro plano, e como é $r = R\cos\omega$, temos

$$s = \lim \Sigma r = \cos\omega \lim \Sigma R = S\cos\omega.$$

Seja, como no n.º 42, $z = f(x, y)$ a equação de uma superficie e $F(x, y) = 0$ a equação de um cylindro que corta esta superficie segundo uma curva fechada ao longo e no interior da qual a superficie é continua e tal que a cada systema de valores de x e y corresponde um unico valor de z. Decomponha-se a base d'este cylindro em figuras parciaes cujas áreas sejam $s_1, s_2, \ldots, s_n$. Se por um qualquer dos pontos da superficie que se projectam sobre s_i, tirarmos um plano tangente á superficie, o cylindro recto de base s_i corta este plano segundo uma linha que limita uma figura cuja área representaremos por S_i. Posto isto, chama-se área U da porção

da superficie, cuja equação é $z = f(x, y)$, limitada pelo cylindro $F(x, y) = 0$ o limite para que tende a somma

$$S_1 + S_2 + \ldots + S_i + \ldots + S_n$$

quando $s_1, s_2, \ldots, s_n$ tendem simultaneamente para zero.

Para justificar esta definição tem de provar-se que este limite existe e é unico. Para isso, notemos que o angulo ω que faz o plano tangente á superficie no ponto (x, y, z) com o plano xy é dado pela formula

$$\cos\omega = \frac{1}{\sqrt{1 + p^2 + q^2}},$$

onde $p = \frac{\partial z}{\partial x}$, $q = \frac{\partial z}{\partial y}$; e portanto temos

$$s_i = \frac{S_i}{\sqrt{1 + p_i^2 + q_i^2}}$$

o que dá

$$U = \lim \sum_{i=1}^{n} s_i \sqrt{1 + p_i^2 + q_i^2},$$

e portanto (n.º 42)

$$U = \iint_A \sqrt{1 + p^2 + q^2}\, dx\, dy$$

ou (n.º 43)

$$U = \int_a^b dy \int_{\varphi(y)}^{\psi(y)} \sqrt{1 + p^2 + q^2}\, dx$$

$$= \int_\alpha^\beta dx \int_{\theta(x)}^{\pi(x)} \sqrt{1 + p^2 + q^2}\, dy.$$

Por meio d'esta formula obtem-se a área da superficie considerada, cujo calculo fica assim dependente do calculo de um integral duplo.

EXEMPLO — Seja $f(y, z) = 0$ a equação de um cylindro dado e procuremos a área da porção da superficie d'este cylindro comprehendida entre os dous planos $x = \alpha$, $x = \beta$ parallelos ao plano zy e os planos $y = a$, $y = b$ parallelos ao plano zx.

Temos n'este caso

$$U = \int_{\alpha}^{\beta} dx \int_{a}^{b} \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dy}\right)^2}\, dy = \int_{\alpha}^{\beta} dx \int_{a}^{b} ds = (\beta - \alpha)\, s,$$

representando por s o arco da base do cylindro comprehendido entre os pontos pelos quaes passam os planos $y = a$ e $y = b$. D'este resultado conclue-se que *a superficie lateral do cylindro recto é igual ao producto do comprimento do arco da base pela altura.*

47. — Consideremos para segunda applicação da formula anterior a superficie de revolução á roda do eixo das y, cuja equação é

$$x^2 + z^2 = \varphi^2(y),$$

e procuremos a área U da porção d'esta superficie comprehendida entre os planos $y = a$ e $y = b$.

A curva cuja equação é $x^2 - \varphi^2(y) = 0$ divide a superficie considerada em duas partes iguaes uma collocada acima e outra abaixo do plano xy. Para achar a área da primeira, cuja equação é

$$z = + \sqrt{\varphi^2(y) - x^2},$$

temos de empregar a formula

$$\frac{1}{2} U = \int_{a}^{b} dy \int_{-\varphi(y)}^{\varphi(y)} \sqrt{1 + p^2 + q^2}\, dx$$

$$= \int_{a}^{b} dy \int_{-\varphi(y)}^{\varphi(y)} \frac{\varphi(y) \sqrt{1 + \varphi'^2(y)}}{\sqrt{\varphi^2(y) - x^2}}\, dx,$$

que por ser

$$\int_{-\varphi(y)}^{\varphi(y)} \frac{dx}{\sqrt{\varphi^2(y) - x^2}} = \pi,$$

dá

$$U = 2\pi \int_a^b \varphi(y) \sqrt{1 + \varphi'^2(y)}\, dy .$$

E' por meio d'esta formula, dependente de uma unica integração, que se calcula a área das superficies de revolução.

EXEMPLO — Para achar a área da superficie de revolução gerada pelo arco da parabola $x^2 = 2py$, comprehendido entre os pontos correspondentes a $y = a$ e $y = b$, no seu movimento á roda do eixo dos y, basta pôr na formula anterior $\varphi(y) = \sqrt{2py}$, o que dá

$$U = 2\pi (2p)^{\frac{1}{2}} \int_a^b \sqrt{y + \tfrac{1}{2} p}\, dy$$

$$= \frac{4}{3} \pi (2p)^{\frac{1}{2}} \left[\left(b + \frac{1}{2} p \right)^{\frac{3}{2}} - \left(a + \frac{1}{2} \right)^{\frac{3}{2}} \right] .$$

CAPITULO IV

APPLICAÇÕES ANALYTICAS DA THEORIA DOS INTEGRAES DEFINIDOS

I

Applicações á Algebra

48. — *Theorema fundamental da theoria das equações.* — Deve-se a *Gauss* uma demonstração, fundada na theoria dos integraes definidos, da propriedade que tem a equação

$$f(z) = A_0 + A_1 z + \ldots + A_n z^n = 0$$

de ter sempre uma raiz da fórma $a + bi$.

Pondo

$$z = \rho(\cos\theta + i \operatorname{sen}\theta),\ A_m = r_m(\cos\omega_m + i \operatorname{sen}\omega_m),$$

temos

$$f(z) = P + iQ,$$

onde

$$P = r_0 \cos\omega_0 + r_1 \rho \cos(\theta + \omega_1) + \ldots + r_n \rho^n \cos(n\theta + \omega_n)$$

$$Q = r_0 \operatorname{sen}\omega_0 + r_1 \rho \operatorname{sen}(\theta + \omega_1) + \ldots + r_n \rho^n \operatorname{sen}(n\theta + \omega_n).$$

Consideremos agora os dois integraes duplos

$$\int_0^R d\rho \int_0^{2\pi} \frac{\partial^2 V}{\partial\rho\,\partial\theta}\, d\theta, \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^R \frac{\partial^2 V}{\partial\rho\,\partial\theta}\, d\rho,$$

onde

$$V = \text{arc tang}\,\frac{P}{Q}.$$

O primeiro dá

$$\int_0^R d\rho \int_0^{2\pi} \frac{\partial^2 V}{\partial\rho\,\partial\theta}\, d\theta = \int_0^R \left[\frac{\partial V}{\partial\rho}\right]_0^{2\pi} d\rho = \int_0^R \left[\frac{Q\frac{\partial P}{\partial\rho} - P\frac{\partial Q}{\partial\rho}}{P^2+Q^2}\right]_0^{2r} d\rho,$$

ou, por terem P, Q, $\frac{\partial P}{\partial\rho}$ e $\frac{\partial Q}{\partial\rho}$ os mesmos valores quando é $\theta = 0$ e $\theta = 2\pi$,

$$\int_0^R d\rho \int_0^{2\pi} \frac{\partial^2 V}{\partial\rho\,\partial\theta}\, d\theta = 0.$$

Do mesmo módo se acha

$$\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^R \frac{\partial^2 V}{\partial\rho\,\partial\theta}\, d\rho = \int_0^{2\pi} \left[\frac{\partial V}{\partial\theta}\right]_0^R d\theta = \int_0^{2\pi} \left[\frac{Q\frac{\partial P}{\partial\theta} - P\frac{\partial Q}{\partial\theta}}{P^2+Q^2}\right]_0^R d\theta,$$

que, por ser

$$Q\frac{\partial P}{\partial\theta} - P\frac{\partial Q}{\partial\theta} = 0$$

quando é $\rho = 0$, e

$$\frac{Q\frac{\partial P}{\partial\theta} - P\frac{\partial Q}{\partial\theta}}{P^2+Q^2} = \frac{-nr_n^2 R^{2n} + aR^{2n-1} + bR^{2n-2} + \ldots}{r_n^2 R^{2n} + a'R^{2n-1} + b'R^{2n-2} + \ldots} = -n + \alpha$$

quando é $\rho = R$ (onde α representa uma quantidade que tende para zero quando R tende para o infinito, e a, b, a', b', etc. representam quantidades independentes de R), dá

$$\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^R \frac{\partial^2 V}{\partial \rho\, \partial \theta}\, d\rho = -2n\pi + \int_0^{2\pi} \alpha d\theta,$$

resultado differente de zero para valores de R sufficientemente grandes, visto que, chamando M o maior valor de $|\alpha|$ no intervallo de $\theta = 0$ a $\theta = 2\pi$, temos

$$\left| \int_0^{2\pi} \alpha d\theta \right| < 2M\pi,$$

e M tende para zero quando R tende para o infinito.

Logo os integraes

$$\int_0^R d\rho \int_0^{2\pi} \frac{\partial^2 V}{\partial \rho\, \partial \theta}\, d\theta, \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^R \frac{\partial^2 V}{\partial \rho\, \partial \theta}\, d\theta$$

têem valores differentes; e portanto a funcção $\frac{\partial^2 V}{\partial \rho\, \partial \theta}$ é discontinua (pag. 128) entre os limites de integração. Temos porém

$$\frac{\partial^2 V}{\partial \rho\, \partial \theta} = \frac{\varphi(\rho, \theta)}{P^2 + Q^2}$$

onde $\varphi(\rho, \theta)$, P e Q representam funcções continuas de θ e ρ; logo haverá pelo menos um valor de θ comprehendido entre 0 e 2π, e um valor de ρ comprehendido entre 0 e R que darão $P = 0$ e $Q = 0$, o que demonstra o theorema enunciado.

49. — *Theorema de Sturm.* — Do integral considerado no n.° 22

$$\int_a^X \frac{\varphi'(x)\, dx}{1 + [\varphi(x)]^2} = \operatorname{arc\,tg} \varphi(X) - \operatorname{arc\,tg} \varphi(a) + \pi\, ind\, \varphi(x),$$

onde se representa por $ind\, \varphi(x)$ (*indice*) o numero de vezes que a funcção $\varphi(x)$ se torna infinita passando de positiva a negativa menos o numero de vezes que a mesma funcção se torna infinita passando de negativa a positiva, no intervallo de a a X, tirou Cauchy o *theorema de Sturm* para a separação das raizes da equação algebrica $f(x) = 0$, como vamos vêr.

Notemos primeiro que, por ser

$$\int_a^X \frac{d\,\frac{1}{\varphi(x)}}{1+\left[\frac{1}{\varphi(x)}\right]^2} = -\int_a^X \frac{\varphi'(x)\,dx}{1+[\varphi(x)]^2}$$

$$= \operatorname{arc\,tang}\frac{1}{\varphi(X)} - \operatorname{arc\,tang}\frac{1}{\varphi(a)} + \pi\, ind\,\frac{1}{\varphi(x)}$$

e

$$\operatorname{arc\,tang}\varphi(x) + \operatorname{arc\,tang}\frac{1}{\varphi(x)} = \frac{\pi}{2}\operatorname{sig}\varphi(x),$$

representando por *sig* $\varphi(x)$ uma quantidade igual á unidade com o signal de $\varphi(x)$, temos

$$\pi\, ind\,\varphi(x) + \pi\, ind\,\frac{1}{\varphi(x)} = \operatorname{arc\,tang}\varphi(a) + \operatorname{arc\,tang}\frac{1}{\varphi(a)}$$

$$-\left[\operatorname{arc\,tg}\varphi(X) + \operatorname{arc\,tg}\frac{1}{\varphi(X)}\right] = \frac{\pi}{2}\left[\operatorname{sig}\varphi(a) - \operatorname{sig}\varphi(X)\right].$$

Notemos tambem que, se fôr $\varphi(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}$ e se α representar uma raiz da equação $f(x) = 0$ (que suppomos desembaraçada das raizes iguaes), das igualdades

$$\frac{f'(\alpha-h)}{f(\alpha-h)} = \frac{f'(\alpha) - \ldots}{-hf'(\alpha) + \ldots},\quad \frac{f'(\alpha+h)}{f(\alpha+h)} = \frac{f'(\alpha) + \ldots}{hf'(\alpha) + \ldots}$$

conclue-se que a funcção $\varphi(x)$, na passagem pelo infinito, muda de signal e que passa de negativa para positiva, e portanto que $-\,ind\,\frac{f'(x)}{f(x)}$ representa o numero de raizes de $f(x) = 0$ comprehendidas entre a e X, suppondo $X > a$.

Posto isto, seja $f_2(x)$ o resto com signal trocado da divisão de $f(x)$ por $f'(x)$, $f_3(x)$ o resto com signal trocado da divisão de $f'(x)$ por $f_2(x)$, etc. Teremos, sendo n o grão da equação $f(x) = 0$,

$$ind\frac{f}{f'} = -\,ind\frac{f_2}{f'}, ind\frac{f'}{f_2} = -\,ind\frac{f_3}{f_2}, \ldots, ind\frac{f_{n-1}}{f_n} = 0,$$

e portanto

$$-ind\,\frac{f}{f'} = ind\,\frac{f'}{f_2} + ind\,\frac{f_2}{f'} + ind\,\frac{f_2}{f_3} + ind\,\frac{f_3}{f_2} + \ldots$$
$$+ ind\,\frac{f_{n-1}}{f_n} + ind\,\frac{f_n}{f_{n-1}},$$

o que dá, juntando e tirando $ind\,\frac{f'}{f}$ e attendendo a uma formula anterior,

$$ind\,\frac{f'}{f} = \frac{1}{2}\left[\operatorname{sig}\frac{f'(a)}{f(a)} + \operatorname{sig}\frac{f_2(a)}{f'(a)} + \ldots + \operatorname{sig}\frac{f_n(a)}{f_{n-1}(a)}\right.$$
$$\left. - \operatorname{sig}\frac{f'(X)}{f(X)} - \operatorname{sig}\frac{f_2(X)}{f'(X)} - \ldots - \operatorname{sig}\frac{f_n(X)}{f_{n-1}(X)}\right].$$

Consideremos agora os signaes das funcções

$$f(X),\ f'(X),\ f_1(X),\ \ldots,\ f_k(X),\ \ldots,\ f_n(X).$$

Se $f_k(X)$ e $f_{k+1}(X)$ tiverem o mesmo signal, $\operatorname{sig}\frac{f_{k+1}(X)}{f_k(X)}$ será igual a $+1$. Logo chamando P o numero de *permanencias* de signal e V o numero de *variações* de signal n'esta série de funcções; e p o numero de *permanencias* e v o numero de *variações* de signal na série

$$f(a),\ f'(a),\ f_2(a),\ \ldots,\ f_k(a),\ \ldots,\ f_n(a)$$

teremos

$$ind\frac{f'}{f} = \frac{1}{2}(p - v) - \frac{1}{2}(P - V),$$

e portanto

$$ind\frac{f'(x)}{f(x)} = V - v,$$

visto ser $V + P = v + p$.

D'esta formula tira-se o theorema de *Sturm*, isto é, que o numero de raizes reaes de $f(x) = 0$ comprehendidas entre a e X é igual a $v - V$.

II

Applicação á theoria do numero π

50. — *Irracionalidade do numero* π. — Da consideração do integral

$$u = \int_0^1 (1 - x^2)^n \cos \frac{\pi}{2} x dx$$

tirou o sr. *Hermite* uma demonstração muito elegante da irracionalidade do numero π (*).

Sendo n um numero par e $(1 - x^2)^n = f(x)$, temos (n.º 3 — II)

$$\int_0^1 f(x) \cos \frac{\pi}{2} x dx = \left[\frac{2}{\pi} f(x) \operatorname{sen} \frac{\pi}{2} x \right]_0^1$$

$$- \frac{2}{\pi} \int_0^1 f'(x) \operatorname{sen} \frac{\pi}{2} x dx = \left[\frac{2}{\pi} f(x) \operatorname{sen} \frac{\pi}{2} x \right]_0^1$$

$$+ \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \left[f'(x) \cos \frac{\pi}{2} x \right]_0^1 - \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \int_0^1 f''(x) \cos \frac{\pi}{2} x dx$$

$$= \frac{2}{\pi} f(1) - \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 f'(0) - \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \int_0^1 f''(x) \cos \frac{\pi}{2} x dx,$$

e do mesmo módo

$$\int_0^1 f''(x) \cos \frac{\pi}{2} x dx$$

$$= \frac{2}{\pi} f''(1) - \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 f'''(0) - \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \int_0^1 f^{IV}(x) \cos \frac{\pi}{2} x dx$$

(*) *Jornal de Crelle*, tomo 76.

.....

$$\int_0^1 f^{2n}(x)\cos\frac{\pi}{2}x\,dx$$

$$=-\frac{2}{\pi}f^{2n}(1)-\left(\frac{2}{\pi}\right)^2 f^{2n+1}(0)-\left(\frac{2}{\pi}\right)^2\int_0^1 f^{2n+2}(x)\cos\frac{\pi}{2}x\,dx;$$

portanto, notando que as derivadas de $f(x)$ d'ordem superior e $2n$ são nullas,

$$\int_0^1 (1-x^2)^n\cos\frac{\pi}{2}x\,dx=\frac{2}{\pi}f(1)-\left(\frac{2}{\pi}\right)^2 f'(0)-\left(\frac{2}{\pi}\right)^3 f''(1)$$

$$+\left(\frac{2}{\pi}\right)^4 f'''(0)+\ldots\pm\left(\frac{2}{\pi}\right)^{2n+1} f^{2n}(1).$$

Para obter as quantidades $f(1)$, $f''(1)$, ..., $f^{2n}(1)$ podemos empregar o desenvolvimento

$$f(1+h)=[1-(1+h)^2]^n=(2h)^n\left(1+\frac{h}{2}\right)^n$$

$$=(2h)^n\left[1+n\frac{h}{2}+\binom{n}{2}\left(\frac{h}{2}\right)^2+\ldots+\left(\frac{h}{2}\right)^n\right];$$

que dá

$$f(1)=0,\ f''(1)=0,\ \ldots,\ f^{n-2}(1)=0$$

$$f^n(1)=n!\,2^n,\ f^{n+2}(1)=(n+2)!\binom{n}{2}2^{n-2},\ldots,f^{2n}(1)=(2n)!.$$

Para obter $f'(0)$, $f'''(0)$ etc. podemos recorrer ao desenvolvimento

$$f(h)=(1-h^2)^n=1-nh^2+\binom{n}{2}h^4-\ldots,$$

que dá

$$f'(0)=0,\ f'''(0)=0,\ \ldots$$

Logo a expressão do integral considerado é da fórma

$$\int_0^1 (1-x^2)^n \cos\frac{\pi}{2}\, x\,dx$$

$$= n!\left[A\left(\frac{2}{\pi}\right)^{n+1} + B\left(\frac{2}{\pi}\right)^{n+3} + \ldots + L\left(\frac{2}{\pi}\right)^{2n+1}\right],$$

onde A, B, etc. representam numeros inteiros.

Posto isto, se $\frac{\pi}{2}$ fosse um numero racional igual a $\frac{b}{a}$, teriamos

$$\frac{b^{2n+1}}{n!}\int_0^1 (1-x^2)^n \cos\frac{\pi}{2}\, x\,dx = A\,a^{n+1}\,b^n + \ldots + L\,a^{2n+1},$$

o que é absurdo. Com effeito, o segundo membro d'esta igualdade representa sempre um numero inteiro, emquanto que o primeiro membro é menor do que a unidade para valores sufficientemente grandes de n. Para o reconhecer, basta notar que podemos dar a n valores tão grandes que seja

$$\frac{b^{2n+1}}{n!} = b\,\frac{b^2}{1}\cdot\frac{b^2}{2}\cdots\frac{b^2}{n} < 1,$$

e que por ser

$$(1-x^2)^n \cos\frac{\pi}{2}\, x \leqslant 1$$

quando x varia desde zero até á unidade, temos

$$\int_0^1 (1-x^2)^n \cos\frac{\pi}{2}\, x\,dx < \int_0^1 dx.$$

Logo π *é um numero irracional.*

51. — *Formula de Wallis.* — Do integral

$$u_m = \int_0^1 \frac{x^m\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

considerado na pag. 78, deduz-se uma bella expressão do numero π devida a *Wallis*.

Vimos que é

$$u_{2n+1} = \frac{2n\,(2n-2)\,\ldots\,4.2}{(2n+1)\,(3n-1)\,\ldots\,3.1}$$

$$u_{2n+2} = \frac{(2n+1)\,\ldots\,3.1}{(2n+2)\,\ldots\,4.2}\cdot\frac{\pi}{2}.$$

Logo

$$\frac{u_{2n+2}}{u_{2n+1}} = \frac{1^2.3^2\,\ldots\,(2n+1)^2}{2^2.4^2\,\ldots\,(2n)^2\,(2n+2)}\cdot\frac{\pi}{2}.$$

Mas, por ser

$$\frac{x^{2n}}{\sqrt{1-x^2}} > \frac{x^{2n+1}}{\sqrt{1-x^2}} > \frac{x^{2n+2}}{\sqrt{1-x^2}}$$

quando é $x < 1$, temos

$$u_{2n} > u_{2n+1} > u_{2n+2},$$

o que dá

$$\frac{u_{2n}}{u_{2n+2}} > \frac{u_{2n+1}}{u_{2n+2}} > 1,$$

ou

$$\frac{2n+2}{2n+1} > \frac{u_{2n+1}}{u_{2n+2}} > 1,$$

e portanto

$$\lim_{n=\infty} \frac{u_{2n+1}}{u_{2n+2}} = 1.$$

Substituindo n'esta igualdade u_{2n+1} e u_{2n+2} pelos seus valores, acha-se a formula seguinte, devida a *Wallis*:

$$\frac{\pi}{2} = \lim_{n=\infty} \frac{2^2.4^2\,\ldots\,(2n)^2}{1^2.3^2\,\ldots\,(2n+1)^2}\,(2n+2).$$

III

Applicação ao desenvolvimento das funcções em série

52. — *Resto da formula de Taylor.* — Applicando a formula (n.° 19 — I)

$$F(X) - F(x_0) = \int_{x_0}^{X} F'(x)\,dx$$

á funcção

$$F(x) = f(X) - f(x) - (X-x)f'(x) - \ldots - \frac{(X-x)^{n-1}}{(n-1)!} f^{n-1}(x)$$

e attendendo á igualdade

$$F'(x) = -\frac{(X-x)^{n-1}}{(n-1)!} f^{n}(x)$$

acha-se a formula de *Taylor*

$$f(X) = f(x_0) + (X - x_0) f'(x_0) + \ldots$$
$$+ \frac{(X-x_0)^{n-1}}{(n-1)!} f^{n-1}(x_0) + R,$$

com a expressão seguinte do resto

$$R = \frac{1}{(n-1)!}\int_{x_0}^{X} (X-x)^{n-1} f^{n}(x)\,dx.$$

53. — *Formula de Darboux.* — Applicando a formula

$$F(1) - F(0) = \int_0^1 F'(t)\,dt$$

á funcção

$$F(t) = \varphi^n(t) f(x+ht) - h\varphi^{n-1}(t) f'(x+ht)$$

$$+ h^2 \varphi^{n-2}(t) f''(x+ht) + \ldots + (-1)^n h^n \varphi(t) f^n(x+ht),$$

onde $\varphi(t)$ representa um polynomio inteiro do gráo n, e attendendo ás igualdades

$$\varphi^n(1) = \varphi^n(0),\ \varphi^{n+1}(t) = 0,$$

$$F'(t) = (-1)^n h^{n+1} \varphi(t) f^{n+1}(x+ht),$$

obtem-se a formula seguinte, devida ao sr. *Darboux*, que d'ella fez importantes applicações (*):

$$\varphi^n(0)[f(x+h) - f(x)]$$

$$= \sum_{m=1}^{n} (-1)^{m+1} h^m [\varphi^{n-m}(1) f^m(x+h) - \varphi^{n-m}(0) f^m(x)] + R_n$$

onde é

$$R_n = (-1)^n h^{n+1} \int_0^1 \varphi(t) f^{n+1}(x+ht)\, dt.$$

I — Uma consequencia importante d'esta formula é a que se obtem mudando n'ella n em $2n$ e pondo em seguida

$$\varphi(t) = t^n (t-1)^n.$$

Por ser

$$\varphi(t) = t^{2n} - nt^{2n-1} + \ldots + (-1)^m \binom{n}{m} t^{2n-m} + \ldots + (-1)^n t^n,$$

temos, em virtude da formula de Taylor,

$$\varphi(0) = \varphi'(0) = \ldots = \varphi^{n-1}(0) = 0,\ \varphi^n(0) = (-1)^n n!,$$

$$\varphi^{2n-m}(0) = (-1)^m \binom{n}{m} (2n-m)!,\ \varphi^{2n}(0) = (2n)!.$$

(*) *Jornal de Liouville*, 3.ª série, tomo II.

Por ser tambem

$$\varphi(t) = (t-1)^{2n} + n(t-1)^{2n-1} + \ldots + \binom{n}{m} t^{2n-m} + \ldots + (t-1)^n,$$

temos

$$\varphi(1) = \varphi'(1) = \ldots = \varphi^{n-1}(1) = 0,$$

$$\varphi^n(1) = n!,\ \varphi^{2n-m}(1) = \binom{n}{m}(2n-m)!,\ \varphi^{2n}(1) = (2n)!.$$

Substituindo estes valores na formula de Darboux, depois de mudar n'ella n em $2n$, vem

$$f(x+h) - f(x) = \sum_{m=1}^{2n} \frac{(-1)^{m+1}\binom{2n}{m}h^m}{(2n-m+1)\ldots 2n}\left[f^m(x+h) - (-1)^m f^m(x)\right] + R$$

onde é

$$R = \frac{(-1)^n h^{2n+1}}{(2n)!}\int_0^1 t^n (1-t)^n f^{2n+1}(x+ht)\,dt,$$

ou (pag. 64)

$$R = (-1)^n \frac{h^{2n+1}K}{(2n)!}\int_0^1 t^n (1-t)^n\,dt,$$

ou (pag. 61)

$$R = (-1)^n \cdot \frac{h^{2n+1}K}{(2n+1)[(n+1)\ldots 2n]^2},$$

onde K representa um numero comprehendido entre o maior e o menor dos valores que toma $f(x+ht)$ quando t varia desde 0 até 1.

III — A formula que vimos de deduzir applica-se com van-

tagem á determinação do valor approximado dos integraes definidos. Com effeito, pondo n'ella

$$f(x+h) - f(x) = \int_x^{x+h} f'(x)\,dx,$$

vem

$$\int_x^{x+h} f'(x)\,dx = \sum_{m=1}^{2n} \frac{(-1)^{m+1}\binom{2n}{m}h^m}{(2n-m+1)\ldots 2n}\,[f^m(x+h) - (-1)^m f^m(x) + R.$$

54. — *Séries trigonometricas.* — Depois das séries ordenadas segundo as potencias de uma variavel nenhumas ha que mais importancia tenham do que as séries da fórma

$$a_0 + a_1 \operatorname{sen} x + a_2 \operatorname{sen} 2x + \ldots + a_n \operatorname{sen} nx + \ldots$$
$$+ b_1 \cos x + b_2 \cos 2x + \ldots + b_n \cos nx + \ldots$$

Estas séries a que se dá o nome de *séries trigonometricas*, têem sido objecto de trabalhos importantes, que têem concorrido poderosamente para o aperfeiçoamento dos principios fundamentaes da Analyse (*). Vamos aqui occupar-nos d'este assumpto, limitando-nos á sua parte mais elementar.

I — O methodo que se segue no estudo do desenvolvimento das funcções em série trigonometrica levou, como veremos, a considerar o integral definido

$$u = \int_a^X f(x)\,\frac{\operatorname{sen} nx}{\operatorname{sen} x}\,dx,$$

para se vêr qual é o limite para que tende, quando n tende para o infinito. Principiaremos pois pela demonstração do theorema seguinte, devido a *Derichlet:*

Se a funcção $f(x)$ é continua e tem um numero limi-

(*) Para conhecer a historia d'esta questão consulte-se o trabalho seguinte:
A. Sachse: — *Essai historique sur la réprésentation d'une fonction arbitraire par une série trigonometrique* (*Bulletin des Sciences Mathematiques*, 2.ª série, tomo IV).

tado de maximos e minimos no intervallo de $x = a$ *a* $x = X$, *e se* a *e* X *estão comprehendidos entre* $-\pi$ *e* $+\pi$, *o limite para que tende o integral* u *quando* n *tende para o infinito, é zero, quando* a *e* X *têem o mesmo signal, é* $\pi f(0)$ *quando* a *e* X *têem signaes contrarios, e é* $\frac{\pi}{2} f(0)$ *quando é* $a = 0$ *ou* $X = 0$.

A demonstração que vamos dar d'este theorema é devida a *O. Bonnet* (*).

Ponha-se $f(x) \frac{x}{\text{sen } x} = \varphi(x)$, e considere-se portanto o integral

$$u = \int_a^X \varphi(x) \frac{\text{sen } nx}{x} dx.$$

1.° — Supponhamos primeiramente que a e X são positivos.

Se a funcção $\varphi(x)$ é positiva e não crescente no intervallo de $x = a$ a $x = X$, o theorema demonstrado na pag. 65 dá

$$-\frac{2\varphi(a)}{na} < \int_a^X \varphi(x) \frac{\text{sen } nx}{x} dx < \frac{2\varphi(a)}{na},$$

visto que é

$$-\frac{2}{n} < \int_a^X \text{sen } nx\, dx < \frac{2}{n}.$$

Logo temos

$$\lim_{n=\infty} \int_a^X \varphi(x) \frac{\text{sen } x}{x} dx = 0.$$

Se a funcção $\varphi(x)$ varia sempre no mesmo sentido no intervallo de $x = a$ a $x = X$, mas não é sempre positiva e constante ou decrescente, decomponha-se o integral u do módo seguinte:

$$u = \pm \left[\int_a^X (C \pm \varphi(x)) \frac{\text{sen } nx}{x} dx \right] \mp C \int_a^X \frac{\text{sen } nx}{x} dx,$$

(*) *Jornal de Liouville*, 2.ª série, tomo XIV, pag. 252.

onde C representa uma constante positiva maior do que o maior valor absoluto de $\varphi(x)$ no intervallo considerado, e onde se deve empregar o signal $+$ quando n'este intervallo $\varphi(x)$ é decrescente e o signal $-$ quando é crescente. Como cada um dos integraes que entra no segundo membro d'esta igualdade, está no caso anteriormente considerado, estes integraes tendem para zero, quando n tende para o infinito. Logo u tende tambem para zero.

Se a funcção $\varphi(x)$ não varia sempre no mesmo sentido no intervallo de a a X, decomponha-se o integral u n'outros para os quaes esta condição tenha logar; e como cada um d'elles tende para zero quando n tende para o infinito, a sua somma tende tambem para zero.

Sejam agora a e X negativos. Pondo $x = -y$, o integral u transforma-se no seguinte:

$$u = -\int_{-a}^{-X} \varphi(-y)\,\frac{\operatorname{sen} ny}{y}\,dy,$$

que está no caso que vimos de considerar; logo u tende ainda para zero quando n tende para o infinito.

2.° — Seja agora $a = 0$ e $X > 0$. Decomponha-se o integral considerado do módo seguinte:

$$u = \int_0^{\frac{1}{\sqrt{n}}} \varphi(x)\,\frac{\operatorname{sen} nx}{x}\,dx + \int_{\frac{1}{\sqrt{n}}}^{X} \varphi(x)\,\frac{\operatorname{sen} nx}{x}\,dx,$$

e dê-se a n valores sufficientemente grandes para que a funcção $\varphi(x)$ varie sempre no mesmo sentido no intervallo de $x = 0$ a $x = \frac{1}{\sqrt{n}}$.

Supponhamos primeiramente que $\varphi(x)$ é decrescente n'este intervallo.

E' facil de vêr, raciocinando como no caso anterior, que o segundo dos integraes que entra na somma precedente, tende para zero, quando n tende para o infinito.

Para achar o limite para que tende o primeiro integral, note-se que é

$$\int_0^{\frac{1}{\sqrt{n}}} \frac{\operatorname{sen} nx}{x}\,dx = \int_0^{\sqrt{n}} \frac{\operatorname{sen} x}{x}\,dx,$$

e que, por ser $\int_0^{\sqrt{n}} \frac{\operatorname{sen} x}{x}\,dx$ finito e determinado quando n varia desde 0 até ∞, existem dous numeros m e M entre os quaes este integral está comprehendido. Logo temos (n.° 21 — 3.°)

$$\left[\varphi(0) - \varphi\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\right] m < \int_0^{\frac{1}{\sqrt{n}}} \left[\varphi(x) - \varphi\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\right] \frac{\operatorname{sen} nx}{x}\,dx$$

$$< \left[\varphi(0) - \varphi\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\right] M,$$

d'onde se tira

$$\lim_{n=\infty} \int_0^{\frac{1}{\sqrt{n}}} \varphi(x) \frac{\operatorname{sen} nx}{x}\,dx$$

$$= \lim_{n=\infty} \varphi\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right) \lim_{n=\infty} \int_0^{\frac{1}{\sqrt{n}}} \frac{\operatorname{sen} nx}{x}\,dx,$$

e portanto (pag. 96)

$$\lim_{n=\infty} u = \lim_{n=\infty} \int_0^{\frac{1}{\sqrt{n}}} \varphi(x) \frac{\operatorname{sen} nx}{x}\,dx$$

$$= \varphi(0) \int_0^{\infty} \frac{\operatorname{sen} x}{x}\,dx = \frac{\pi}{2} \varphi(0) = \frac{\pi}{2} f(0).$$

Se $\varphi(x)$ é crescente no intervallo de $x = a$ a $x = X$, podemos pôr

$$u = -\int_0^{\frac{1}{\sqrt{n}}} [-\varphi(x)] \frac{\operatorname{sen} nx}{x}\,dx$$

$$-\int_{\frac{1}{\sqrt{n}}}^{X} [-\varphi(x)] \frac{\operatorname{sen} nx}{x}\,dx$$

o que dá ainda

$$\lim_{n=\infty} u = \frac{\pi}{2} \varphi(0) = \frac{\pi}{2} f(0).$$

3.° — Se é $X = 0$ e a negativo, temos, pondo $-x = y$,

$$u = \int_a^0 \varphi(x) \frac{\operatorname{sen} nx}{x} dx = -\int_0^a \varphi(x) \frac{\operatorname{sen} nx}{x} dx$$

$$= \int_0^{-a} \varphi(-y) \frac{\operatorname{sen} ny}{y} dy,$$

d'onde se tira ainda

$$\lim_{n=\infty} u = \frac{\pi}{2} \varphi(0) = \frac{\pi}{2} f(0).$$

4.° — Finalmente, se a e b têem signaes contrarios, decomponha-se u do módo seguinte

$$u = \int_a^0 \varphi(x) \frac{\operatorname{sen} nx}{x} dx + \int_0^X \varphi(x) \frac{\operatorname{sen} nx}{x} dx,$$

d'onde se tira

$$\lim_{n=\infty} u = \pi \varphi(0) = \pi f(0).$$

II — D'este theorema deduziu *Derichlet* (*) o desenvolvimento de $f(x)$ em série trigonometrica, como vamos vêr.

Da identidade conhecida

$$\frac{1}{2} + \cos(\beta - x) + \cos 2(\beta - x) + \ldots + \cos n(\beta - x)$$

$$= \frac{\operatorname{sen}(2n+1)\frac{\beta - x}{2}}{2 \operatorname{sen} \frac{\beta - x}{2}}$$

tira-se, a e b representando dous numeros cuja differença não excede 2π e x um numero comprehendido entre a e b,

(*) *Jornal de Crelle*, tomo 4.

$$\frac{1}{2}\int_a^b f(\beta)\,d\beta + \sum_{m=1}^{n}\int_a^b f(\beta)\cos 2n\,(\beta - x)\,d\beta$$

$$= \int_a^b f(\beta)\,\frac{\operatorname{sen}(2n+1)\,\frac{\beta - x}{2}}{2\operatorname{sen}\frac{\beta - x}{2}}\,d\beta$$

ou, pondo $\frac{\beta - x}{2} = z$,

$$\frac{1}{2}\int_a^b f(\beta)\,d\beta + \sum_{m=1}^{n}\int_a^b f(\beta)\cos 2n\,(\beta - x)\,d\beta$$

$$= \int_{\frac{a-x}{2}}^{\frac{b-x}{2}} f(x+2z)\,\frac{\operatorname{sen}(2n+1)\,z}{\operatorname{sen} z}\,dz.$$

Quando n tende para o infinito, o segundo membro d'esta igualdade tende para $\pi f(x)$, e temos portanto

$$f(x) = \frac{1}{2\pi}\int_a^b f(\beta)\,d\beta + \frac{1}{\pi}\sum_{m=1}^{\infty}\int_a^b f(\beta)\cos m\,(\beta - x)\,d\beta$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_a^b f(\beta)\,d\beta + \frac{1}{\pi}\sum_{m=1}^{\infty}\left[\cos mx\int_a^b f(\beta)\cos m\beta\,d\beta\right.$$

$$\left. + \operatorname{sen} mx\int_a^b f(\beta)\operatorname{sen} m\beta\,d\beta\right].$$

Esta formula, devida a *Fourier*, resolve a questão proposta, isto é, dá o desenvolvimento de $f(x)$ em série trigonometrica, quando x está comprehendido entre a e b e é $a - b \lesseqgtr 2\pi$ (*). Ordinariamente dá-se a a e b os valores $-\pi$ e π, ou os valores 0 e 2π.

Exemplo 1.°—Appliquemos a formula de Fourier á funcção $f(x) = x$.

(*) Deve-se observar que *Fourier* deu d'esta formula uma demonstração insufficiente. Deve-se principalmente a *Dirichlet* e a *Rimann* o terem fixado as condições para que esta formula tenha logar.

Dando a a o valor 0 e a b o valor 2π e attendendo ás igualdades

$$\int_0^{2\pi} \beta d\beta = 2\pi^2, \int_0^{2\pi} \beta \operatorname{sen} m\beta \, d\beta = -\frac{2\pi}{m}, \int_0^{2\pi} \beta \cos m\beta \, d\beta = 0,$$

aquella formula dá o desenvolvimento

$$x = \pi - 2\left[\operatorname{sen} x + \frac{1}{2}\operatorname{sen} 2x + \frac{1}{3}\operatorname{sen} 3x + \ldots\right],$$

que tem logar para todos os valores de x comprehendidos entre 0 e 2π.

Notou Fourier que uma mesma série trigonometrica póde representar, para valores de x pertencentes a diversos intervallos, funcções completamente differentes. E' o que a série anterior mostra claramente. Com effeito, mudando n'ella x em $-x$, vem

$$-x = \pi + 2\left(\operatorname{sen} x + \frac{1}{2}\operatorname{sen} 2x + \frac{1}{3}\operatorname{sen} 3x + \ldots\right).$$

Logo a série

$$\operatorname{sen} x + \frac{1}{2}\operatorname{sen} 2x + \frac{1}{3}\operatorname{sen} 3x + \ldots$$

é igual a $\frac{1}{2}(\pi - x)$ quando a variavel está comprehendida entre 0 e 2π; e é igual a $-\frac{1}{2}(x + \pi)$ quando a variavel está comprehendida entre 0 e -2π. No ponto $x = 0$ a série toma o valor zero.

Exemplo 2.° — Seja agora $f(x) = 1$, $a = -\frac{\pi}{2}$, $b = \frac{\pi}{2}$. Por ser

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} d\beta = \pi, \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sen} m\beta \, d\beta = 0,$$

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos m\beta \, d\beta = \frac{2 \operatorname{sen} m \frac{\pi}{2}}{m}$$

a formula de Fourier dá o seguinte desenvolvimento de π em série trigonometrica:

$$\frac{\pi}{4} = \cos x - \frac{1}{3} \cos 3x + \frac{1}{5} \cos 5x - \ldots$$

III — Seja $F(x)$ uma funcção continua igual a $f(x)$ no intervallo de 0 a l e igual a $-f(x)$ no intervallo de 0 a $-l$, e seja $l < \pi$.

Por ser, em virtude da noção de integral definido,

$$\int_{-l}^{l} F(\beta) \, d\beta = 0, \int_{-l}^{l} F(\beta) \cos m\beta \, d\beta = 0$$

$$\int_{-l}^{l} F(\beta) \operatorname{sen} m\beta \, d\beta = 2\int_{0}^{l} F(\beta) \operatorname{sen} m\beta \, d\beta,$$

a formula de Fourier dá, para valores de x pertencentes ao intervallo de $-l$ a l,

$$F(x) = \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \operatorname{sen} mx \int_{0}^{l} F(\beta) \operatorname{sen} m\beta \, d\beta,$$

e portanto, para valores de x pertencentes ao intervallo de 0 a l,

$$f(x) = \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \operatorname{sen} mx \int_{0}^{l} f(\beta) \operatorname{sen} m\beta \, d\beta.$$

CAPITULO V

INTEGRAÇÕES DAS EQUAÇÕES DIFFERENCIAES DE PRIMEIRA ORDEM

I

Principios geraes

55. — Seja $f\left(x, y, \frac{dy}{dx}\right) = 0$ uma equação differencial dada, que determina $\frac{dy}{dx}$ em funcção de x e y, de módo que

$$\frac{dy}{dx} = f_1(x, y); \tag{1}$$

e seja

$$F(x, y, c) = 0 \tag{2}$$

uma equação que define y como funcção de x e da constante arbitraria c, a qual admitte uma derivada dada pela equação

$$\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y}\frac{dy}{dx} = 0. \tag{3}$$

Se a eliminação de c entre as equações (2) e (3) levar a uma equação que coincida com a proposta, á equação (2) dá-se

o nôme de *integral geral* ou de *solução geral* de (1). A cada uma das equações que se obtém dando em (2) a c valores particulares chama-se um *integral particular* ou uma *solução particular* de (1). A qualquer outra equação que determine uma funcção y de x que satisfaça a (1) chama-se *integral singular* ou *solução singular* de (1). Deve notar-se que se dá muitas vezes estes mesmos nômes ás funcções que estas equações determinam.

É evidente que o integral geral dá para $\frac{dy}{dx}$ os mesmos valores que a equação (1) quando tanto n'elle como em (1) se substitue y pelos seus valores tirados de (2).

A existencia de equações differenciaes admittindo uma solução geral, reconhece-se facilmente, visto que da eliminação de c entre (2) e (3) resulta uma equação differencial de que (2) é evidentemente a solução geral.

O estudo das condições a que deve satisfazer a equação (1) para ter solução geral, não é facil, e não será feito n'este logar. Faremos porém aqui vêr que esta equação não póde ter mais do que uma solução geral.

Com effeito, substituindo em (1) a variavel y por outra variavel c ligada com y pela relação $F(x, y, c) = 0$, temos, por ser y funcção de x e c, a equação

$$\frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial c}\,\frac{dc}{dx} = f_1(x, y),$$

que, por ser por hypothese,

$$\frac{\partial y}{\partial x} = f_1(x, y),$$

dá a equação

$$\frac{\partial y}{\partial c}\cdot\frac{dc}{dx} = 0,$$

ou

$$\frac{\dfrac{\partial F(x, y, c)}{\partial c}}{\dfrac{\partial F(x, y, c)}{\partial y}}\,\frac{dc}{dx} = 0,$$

a que se satisfaz, ou pondo $\frac{dc}{dx} = 0$, ou pondo $\frac{\partial F(x, y, c)}{\partial c} = 0$, ou pondo $\frac{\partial F(x, y, c)}{\partial y} = \infty$.

A solução $\frac{dc}{dx} = 0$ dá para c um valor constante e reproduz portanto o integral geral (2).

As outras duas equações dão para c valores que, sendo substituidos em $F(x, y, c) = 0$, levam a soluções singulares, ou a soluções particulares de (1).

A respeito do que precede faremos as observações seguintes:

1.°—A solução proveniente das equações

$$F(x, y, c) = 0, \frac{\partial F(x, y, c)}{\partial c} = 0$$

representa a envolvente das curvas representadas pelo integral geral.

2.°—No que precede considerou-se x como variavel independente e y como funcção de x. Podemos inversamente tomar y para variavel independente e considerar x como funcção de y; e n'este caso deve mudar-se nas considerações anteriores x em y e y em x.

3.°—A equação $\frac{\partial F(x, y, c)}{\partial c} = 0$ póde algumas vezes não levar a soluções da equação proposta, no caso de ser ao mesmo tempo $\frac{\partial F(x, y, c)}{\partial y} = 0$. Do mesmo módo a equação $\frac{\partial F(x, y, c)}{\partial y} = \infty$, póde não levar a soluções da proposta se é ao mesmo tempo $\frac{\partial F(x, y, c)}{\partial c} = \infty$.

Exemplo—Eliminando c entre as equações

$$y = c(x - c)^2, \frac{dy}{dx} = 2c(x - c)$$

obtem-se a equação differencial

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 - 4xy\frac{dy}{dx} + 8y^2 = 0.$$

Logo $y = c\,(x - c)^2$ é a solução geral d'esta equação.

Para vêr se a equação precedente tem soluções singulares, ponha-se

$$\frac{\partial y}{\partial c} = (x - c)\,(x - 3c) = 0,$$

o que dá $c = x$ ou $c = \frac{1}{3}\,x$, e portanto

$$y = 0,\ y = \frac{4\,x^3}{27}.$$

A primeira d'estas equações é um integral particular da proposta visto que se tira do integral geral pondo $c = 0$. A segunda é uma solução singular, visto que não ha valor algum constante de c que satisfaça á equação

$$c\,(x - c)^2 = \frac{4\,x^3}{27}.$$

56. — Vamos agora expôr os principaes methodos de que se usa para achar o integral geral da equação (1).

I — *Integração immediata.* — Seja

$$\varphi\,(x)\,dx + \phi\,(y)\,dy = 0$$

a equação proposta. E' evidente que o integral geral d'esta equação é

$$\int \varphi\,(x)\,dx + \int \phi\,(y)\,dy = c,$$

onde c representa a constante arbitraria.

II — Consideremos agora a equação mais geral

$$\varphi\,(x, y)\,dx + \phi\,(x, y)\,dy = 0,$$

cujo primeiro membro suppomos ser uma expressão *differencial exacta.*

Viu-se no n.° 35 que, pondo

$$u = \int_a^x \varphi(x, y)\, dx + \int_b^y \phi(a, y)\, dy + c,$$

temos

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \varphi(x, y), \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \phi(x, y).$$

O integral geral da equação proposta é pois

$$\int_a^x \varphi(x, y)\, dx + \int_b^y \phi(a, y)\, dy + c = 0,$$

visto que, derivando esta equação relativamente a x e attendendo ás duas anteriores, vem

$$\varphi(x, y) + \phi(x, y)\, y' = 0.$$

Póde tambem escrever-se o integral geral da equação proposta debaixo da fórma (pag. 101)

$$\int_b^y \phi(x, y)\, dy + \int_a^x \varphi(x, b)\, dx + c = 0,$$

que se deve proferir á anterior quando os integraes que n'ella entram forem mais faceis de calcular do que os integraes que entram n'aquella.

Exemplo 1.°—O integral da equação

$$\frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} + \frac{dy}{\sqrt{1 - y^2}} = 0$$

é

$$\text{arc sen } x + \text{arc sen } y = c.$$

Exemplo 2.°—O integral geral da equação

$$(x^2 + y)\, dx + (x + 1)\, dy = 0$$

é (pag. 103)

$$\frac{1}{4}x^4 + xy + y + c = 0.$$

III — *Separação de variaveis.* — Supponhamos que a equação proposta é

$$\varphi_1(x)\,\varphi_2(y)\,dx + \phi_1(x)\,\phi_2(y)\,dy = 0.$$

Dividindo ambos os termos por $\varphi_2(y)\,\phi_1(x)$ vem a equação

$$\frac{\varphi_1(x)}{\varphi_1(x)}\,dx + \frac{\phi_2(y)}{\phi_2(y)}\,dy = 0$$

que tem o mesmo integral geral que a proposta. Este integral é

$$\int\frac{\varphi_1(x)}{\phi_1(x)}\,dx + \int\frac{\phi_2(y)}{\varphi_2(y)}\,dy = c.$$

EXEMPLO — A equação

$$x\sqrt{1-y^2}\,dx + y^2\sqrt{1-x^2}\,dy = 0$$

tem o mesmo integral geral que a equação

$$\frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{y^2\,dy}{\sqrt{1-y^2}} = 0.$$

Este integral é (pag. 27)

$$\sqrt{1-x^2} + \frac{y\sqrt{1-y^2}}{2} - \frac{1}{2}\operatorname{arc\,sen} y = c.$$

IV — *Multiplicação por um factor.* — O methodo que agora vamos expôr, devido a *Euler*, contém como caso particular o anterior.

Seja

$$\varphi(x, y)\,dx + \phi(x, y)\,dy = 0 \qquad (4)$$

a equação proposta, que suppomos admittir um integral geral $F(x, y, c) = 0$, e seja y uma funcção de x e y. A equação

$$z\,[\varphi(x, y)\,dx + \phi(x, y)\,dy] = 0 \tag{5}$$

admitte o mesmo integral geral que a anterior.

Posto isto, vamos mostrar que se póde sempre determinar z de módo que o primeiro membro da equação precedente seja uma expressão *differencial exacta*. Com effeito, por ser

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}},$$

temos

$$\frac{\varphi(x, y)}{\phi(x, y)} = \frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}$$

ou

$$\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\varphi(x, y)} = \frac{\frac{\partial F}{\partial y}}{\phi(x, y)}.$$

Logo, chamando z o valor commum das duas fracções anteriores, temos as igualdades

$$\frac{\partial F}{\partial x} = z\,\varphi(x, y),\ \frac{\partial F}{\partial y} = z\,\phi(x, y),$$

das quaes se deduz

$$z\,[(x, y)\,dx + \phi(x, y)\,dy] = dF(x, y, c),$$

isto é, o theorema enunciado.

Notemos ainda que por ser

$$\frac{\partial\theta(u)}{\partial x} = \theta'(u)\,\frac{\partial F}{\partial x},\ \frac{\partial\theta(u)}{\partial y} = \theta'(u)\,\frac{\partial F}{\partial y},$$

onde é $u = F(x, y, c)$, e $\theta(u)$ uma funcção arbitraria de u, temos

$$d\theta(u) = \frac{\partial\theta(u)}{\partial x}\,dx + \frac{\partial\theta(u)}{\partial y}\,dy$$

$$= z\,\theta'(u)\,[\varphi(x, y)\,dx + \phi(x, y)\,dy].$$

Logo qualquer factor da fórma $z\,\theta'(u)$ torna o primeiro membro de (4) uma differencial exacta.

Quando se conhece o factor z, determina-se o integral de (5) pelo methodo anteriormente dado. A determinação porém do factor z é uma questão que não é mais simples do que a integração de (4) e só em casos particulares se póde resolver. Vamos aqui considerar apenas um d'estes casos.

Por ser o primeiro membro de (5) uma expressão differencial exacta, temos (n.° 35) a condição a que deve satisfazer o factor z

$$\frac{\partial[z\,\varphi(x, y)]}{\partial y} = \frac{\partial[z\,\phi(x, y)]}{\partial x},$$

ou

$$\varphi(x, y)\,\frac{\partial z}{\partial y} - \phi(x, y)\,\frac{\partial z}{\partial x} = z\left[\frac{\partial\phi}{\partial x} - \frac{\partial\varphi}{\partial y}\right].$$

Pondo $z = e^u$, esta equação transforma-se na seguinte

$$\varphi(x, y)\,\frac{\partial u}{\partial y} - \phi(x, y)\,\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial\phi}{\partial x} - \frac{\partial\varphi}{\partial y}.$$

Suppondo agora que o segundo membro d'esta equação é a somma de duas parcellas taes que a primeira dividida por $\varphi(x, y)$ dá zero ou uma funcção $f_1(y)$ de y, e a segunda dividida por $\phi(x, y)$ dá zero ou uma funcção $f_2(x)$ de x, temos a equação

$$\varphi(x, y)\,\frac{\partial u}{\partial y} - \phi(x, y)\,\frac{\partial u}{\partial x} = \varphi(x, y)\,f_1(y) + \phi(x, y)\,f_2(x),$$

a que se satisfaz evidentemente pondo

$$\frac{\partial u}{\partial y} = f_1(y),\ \frac{\partial u}{\partial x} = -f_2(x),$$

o que dá

$$u = \int f_1(y)\,dy - \int f_2(x)\,dx.$$

Temos pois n'este caso

$$z = e^{\int f_1(y)\,dy - \int f_2(x)\,dx}.$$

Exemplo — A equação

$$(1 + a\sqrt{1+x^2})\,dx + by\sqrt{1+x^2}\,dy = 0$$

dá

$$(1 + a\sqrt{1+x^2})\frac{\partial u}{\partial y} - by\sqrt{1+x^2}\,\frac{\partial u}{\partial a} = \frac{bxy}{\sqrt{1+x^2}},$$

a que se satisfaz pondo

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0,\ \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{x}{1+x^2}$$

o que dá

$$u = -\int \frac{x\,dx}{1+x^2} = -\log\sqrt{1+x^2},$$

e portanto o factor que torna a equação dada differencial exacta é

$$z = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}},$$

como se podia vêr immediatamente.

Pela multiplicação por z a proposta transforma-se na seguinte:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}+a\right)dx+by\,dy=0$$

cujo integral geral é

$$\log\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)+ax+\frac{1}{2}by^2=c.$$

V — *Methodo de substituição.* — Consiste este methodo em substituir uma ou ambas as variaveis x e y que entram na equação differencial proposta por meio de outras t e z ligadas com x e y por uma ou duas relações dadas, de módo a transformar esta equação n'outra que se saiba integrar. Em seguida elimina-se nas soluções d'esta ultima as quantidades t e z por meio das relações dadas para obter as soluções da proposta.

Exemplo — Para integrar a equação

$$[1+a\sqrt{1+x^2}+2bx\sqrt{1+x^2}\,(y+x^2)]\,dx$$

$$+b\sqrt{1+x^2}\,(y+x^2)\,dy=0$$

ponha-se $y=z-x^2$, o que transforma esta equação na seguinte

$$\left(1+a\sqrt{1+x^2}\right)dx+bz\sqrt{1+x^2}\,dz=0,$$

cujo integral é, como vimos no exemplo anterior,

$$\log\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)+ax+\frac{1}{2}bz^2=c.$$

O integral da proposta é pois

$$\log\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)+ax+\frac{1}{2}b\,(y+x^2)^2=c.$$

VI — *Methodo da variação das constantes arbitrarias.* — Seja

$$\frac{dy}{dx}=f_1(x,y)+f_2(x,y)$$

a equação proposta.

Supponhamos que se sabe integrar a equação

$$\frac{dy}{dx} = f_1(x, y)$$

e que

$$F_1(x, y, c) = 0$$

é o seu integral geral. Temos

$$\frac{\partial F_1}{\partial x} + \frac{\partial F_1}{\partial y}\frac{dy}{dx} = 0$$

e portanto

$$-\frac{\frac{\partial F_1}{dx}}{\frac{\partial F_1}{\partial y}} = f_1(x, y).$$

Consideremos agora c como funcção de x e procuremos qual o valor que deve ter para que $F_1(x, y, c) = 0$ satisfaça á equação proposta. Temos

$$\frac{\partial F_1}{\partial x} + \frac{\partial F_1}{\partial y}\frac{dy}{dx} + \frac{\partial F_1}{\partial c}\frac{dc}{dx} = 0,$$

e portanto, para que a proposta seja satisfeita, deve ser

$$-\frac{\frac{\partial F_1}{\partial x} + \frac{\partial F_1}{\partial c}\frac{dc}{dx}}{\frac{\partial F_1}{\partial y}} = f_1(x, y) + f_2(x, y),$$

ou

$$\frac{\frac{\partial F_1}{\partial c}}{\frac{\partial F_1}{\partial y}}\frac{dc}{dx} = -f_2(x, y).$$

Determinando por meio d'esta equação o valor de c em

funcção de x, quando isso fôr possivel, e substituindo-o em $F_1(x, y, c) = 0$, obtem-se o integral geral da equação proposta.

O methodo precedente, que é no fundo um methodo de substituição em que c é a nova variavel dependente, é devido a Lagrange.

II

Applicação dos methodos precedentes á integração de algumas equações mais importantes

57. — Vamos agora applicar os methodos expostos no numero anterior á integração d'algumas equações differenciaes mais importantes.

I — *Equações homogeneas.* — A equação

$$\varphi(x, y)\, dx + \phi(x, y)\, dy = 0$$

diz-se *homogenea* do gráo n quando, pondo $y = zx$, vem

$$\varphi(x, y) = x^n \varphi(1, z),\ \phi(x, y) = x^n \phi(1, z).$$

N'este caso a substituição anterior transforma esta equação na seguinte:

$$x^n \varphi(1, z)\, dx + x^n \phi(1, z)\, (x dz + z dx) = 0,$$

ou

$$[\varphi(1, z) + z\, \phi(1, z)]\, dx + x\, \phi(1, z)\, dz = 0,$$

ou

$$\frac{dx}{x} + \frac{\phi(1, z)\, dz}{\varphi(1, z) + z\, \phi(1, z)} = 0.$$

Temos pois, pondo

$$\int \frac{\phi\,(1,\,z)\,dz}{\varphi\,(1,\,z) + z\,\phi\,(1,\,z)} = f\,(z),$$

o integral da proposta

$$\log x + f\,(z) = \log c,$$

ou

$$x = ce^{-f\,(z)};$$

e portanto

$$x = ce^{-f\left(\frac{y}{x}\right)}.$$

Exemplo — Integremos a equação homogenea

$$(abx^2 - axy - bxy)\,dx + xy\,dy = 0.$$

Pondo $y = zx$ vem

$$(ab - az - bz + z^2)\,dx + zx\,dz = 0$$

e portanto

$$\frac{dx}{x} + \frac{zdz}{(z-a)\,(z-b)} = 0.$$

Se a e b são dous numeros reaes e desiguaes, temos

$$\int \frac{zdz}{(z-a)\,(z-b)} = \frac{b}{b-a}\log\,(z-b) - \frac{a}{b-a}\log\,(z-a);$$

e portanto o integral da equação precedente será

$$\log x + \log \frac{(z-b)^{\frac{b}{b-a}}}{(z-a)^{\frac{a}{b-a}}} = \log c,$$

ou

$$x^{b-a}\,\frac{(z-b)^b}{(z-a)^a} = c.$$

Pondo agora $z = \frac{y}{x}$, vem o integral da equação proposta:

$$\frac{(y - bx)^b}{(y - ax)^a} = c.$$

Se é $a = b$, temos

$$\int \frac{zdz}{(z-a)^2} = -\frac{a}{z-a} + \log(z-a);$$

e portanto o integral da transformada é

$$\log x + \log(z-a) - \frac{a}{z-a} = -\log c,$$

ou

$$\log[cx(z-a)] = \frac{a}{z-a},$$

d'onde se deduz

$$\log[c(y-ax)] = \frac{ax}{y-ax}.$$

II — Para integrar a equação

$$(ax + by + c)\,dy + (mx + ny + p)\,dx = 0$$

ponha-se

$$ax + by + c = z,\ mx + ny + p = u,$$

e

$$dy = \frac{mdz - adu}{mb - na},\ dx = \frac{bdu - ndz}{mb - na},$$

o que leva á equação homogenea

$$(mz - nu)\,dz + (bu - az)\,du = 0,$$

que se integra pelo methodo anteriormente dado.

Se é $mb - na = 0$, o processo anterior não é applicavel. N'este caso, substituindo na proposta m pelo seu valor tirado d'esta equação, vem

$$bcdy + (ax + by)(bdy + ndx) + bpdx = 0,$$

e, pondo $ax + by = u$,

$$(u + c)\,du + (nu - au + bp - ac)\,dx = 0,$$

que se integra pelo methodo de separação de variaveis.

III — A equação

$$\frac{dy}{dx} + \varphi(x)\,y = \psi(x),$$

que é do primeiro gráo relativamente a y' e a y é conhecida pelo nome de *equação linear de primeira ordem*. Vamos integral-a pelo methodo da variação das constantes arbitrarias.

Para isso integra-se primeiro a equação

$$\frac{dy}{dx} + \varphi(x)\,y = 0,$$

ou

$$\frac{dy}{y} + \varphi(x)\,dx = 0,$$

que dá

$$\log y + \int \varphi(x)\,dx = -\log c,$$

e portanto

$$y = ce^{-\int \varphi(x)\,dx}.$$

Em seguida, considerando c como variavel e determinando-a de módo que seja satisfeita a equação proposta, acha-se

$$\frac{dc}{dx}\,e^{-\int \varphi(x)\,dx} = \psi(x),$$

e portanto

$$c = \int \phi\,(x)\; e^{\int \varphi\,(x)\,dx} + C.$$

Temos pois o integral geral da proposta

$$y = e^{-\int \varphi\,(x)\,dx}\left[\int \phi\,(x)\; e^{\int \varphi\,(x)\,dx}\,dx + C\right].$$

EXEMPLO — Integremos a equação

$$\frac{dy}{dx} - \frac{1}{x}\,y = (1 - x^2)^{-\frac{1}{2}}.$$

Temos n'este caso

$$\varphi\,(x) = -\frac{1}{x},\quad \phi\,(x) = (1 - x^2)^{-\frac{1}{2}}$$

e portanto

$$\int \varphi\,(x)\,dx = -\log x,\quad e^{-\int \varphi\,(x)\,dx} = e^{\log x} = x;$$

o que dá

$$y = x\left[\int x^{-1}\,(1 - x^2)^{-\frac{1}{2}}\,dx + C\right],$$

ou (n.º 10)

$$y = x\left[\frac{1}{2}\log\frac{\sqrt{1 - x^2} - 1}{\sqrt{1 + x^2} + 1} + C\right].$$

IV — *Equação de Bernoulli.* — A equação de Bernoulli:

$$\frac{dy}{dx} + \varphi\,(x)\,y = \phi\,(x)\,y^n$$

transforma-se, pondo $\frac{y^{1-n}}{1-n} = z$, na equação linear seguinte:

$$\frac{dz}{dx} + (1 - n)\,\varphi\,(x)\,z = \phi\,(x).$$

V—A equação

$$\varphi(x, y)\,dx + \psi(x, y)\,dy + \theta(x, y)\,(ydx - xdy) = 0$$

onde $\varphi(x, y)$ e $\psi(x, y)$ representam duas funcções homogeneas do gráo m e $\theta(x, y)$ uma funcção homogenea do gráo n, transforma-se, pondo $y = zx$, n'uma equação de Bernoulli. Com effeito temos, por hypothese,

$$\varphi(x, y) = x^m \varphi(1, z),\ \psi(x, y) = x^m \psi(1, z),$$

$$\theta(x, y) = x^n \theta(1, z),$$

e portanto a equação proposta transforma-se na seguinte:

$$\varphi(1, z)\,dx + \psi(1, z)\,(zdx + xdz) - x^{n-m+2}\,\theta(1, z)\,dz = 0,$$

d'onde se tira

$$\frac{dx}{dz} + \frac{\psi(1, z)}{\varphi(1, z) + z\psi(1, z)}\,x = \frac{\theta(1, z)}{\varphi(1, z) + z\psi(1, z)}\,x^{n-m+2},$$

que é uma equação de Bernoulli.

VI—*Equação de Jacobi.*—A equação de Jacobi

$$(a + a'x + a''y)\,(xdy - ydx) - (b + b'x + b''y)\,dy + (c + c'x + c''y)\,dx = 0$$

transforma-se, pondo

$$x = z + \alpha,\ y = u + \beta,$$

α e β representando duas constantes, n'uma equação da fórma

$$(a'z + a''u)\,(zdu - udz) - (Az + A'u)\,du + (Bz + B'u)\,dz + (a + a'\alpha + a''\beta)\,(\alpha du - \beta dz) - (b + b'\alpha + b''\beta)\,du + (c + c'\alpha + c''\beta)\,dz = 0,$$

que se reduz á equação considerada anteriormente (V), deter-

minando as constantes α e β por meio das equações

$$\alpha(a + a'\alpha + a''\beta) - (b + b'\alpha + b''\beta) = 0$$

$$\beta(a + a'\alpha + a''\beta) - (c + c'\alpha + c''\beta) = 0$$

ou

$$\frac{b + b'\alpha + b''\beta}{\alpha} = \frac{c + c'\alpha + c''\beta}{\beta} = a + a'\alpha + a''\beta.$$

Para resolver estas equações, represente-se por λ o valor commum d'estas tres quantidades, o que dá

$$a - \lambda + a'\alpha + a''\beta = 0$$

$$b + (b' - \lambda)\alpha + b''\beta = 0$$

$$c + c'\alpha + (c'' - \lambda)\beta = 0,$$

e portanto

$$\begin{vmatrix} a - \lambda & a' & a'' \\ b & b' - \lambda & b'' \\ c & c' & c'' - \lambda \end{vmatrix} = 0.$$

Por meio d'esta equação do terceiro gráo determina-se λ e em seguida por meio de duas das anteriores determina-se α e β.

VII — *Equação de Riccati.* — Dá-se o nôme de equação de Riccati á equação

$$\frac{dy}{dx} = \varphi(x) + \psi(x)\, y + \theta(x)\, y^2,$$

que contém como caso particular aquella de que se occupou este geometra. Esta equação representa um papel consideravel nos bellos trabalhos do sr. Darboux sobre Geometria (*);

(*) *G. Darboux: Léçons sur la théorie générale des surfaces etc.*, Paris, 1887-1888.

vamos porisso aqui estudar as suas principaes propriedades e integral-a n'um caso particular importante.

A) As principaes propriedades d'esta equação são:

1.ª—A substituição linear

$$z = \frac{Py + Q}{Ry + S},$$

onde P, Q, R, S são funcções de x taes que $PS - RQ$ é differente de zero, transforma a equação de Riccati n'outra da mesma fórma.

E' o que se vê facilmente substituindo na equação proposta y pelo seu valor

$$y = \frac{Q - Sz}{Rz - P},$$

e ordenando o resultado segundo as potencias de z, o que leva a uma equação da fórma

$$(PS - RQ)\frac{dz}{dx} = \varphi_1(x) + \psi_1(x)\,z + \theta_1(x)\,z^2,$$

d'onde se tira o theorema enunciado.

2.ª—Quando se conhece um integral particular da equação de Riccati, a determinação do integral geral depende da integração de uma equação linear de primeira ordem. Seja $y = y_0$ o integral particular conhecido. Pondo

$$y = y_0 + \frac{1}{z}$$

e attendendo á igualdade

$$\frac{dy_0}{dx} = \varphi(x) + \psi(x)\,y_0 + \theta(x)\,y_0^2,$$

obtem-se a equação linear

$$\frac{dz}{dx} + [2y_0\,\theta(x) + \psi(x)]\,z + \theta(x) = 0.$$

3.ª—Supponhamos que se conhece outro integral particu-

lar da proposta $y = y_1$. O valor correspondente de z, que representaremos por z_1, é um integral particular da equação precedente, o que dá

$$\frac{dz_1}{dx} + [2y_0\,\theta\,(x) + \phi\,(x)]\,z_1 + \theta\,(x) = 0;$$

portanto

$$\frac{d\,(z - z_1)}{dx} + [2y_0\,\theta\,(x) + \phi\,(x)]\,(z - z_1) = 0,$$

d'onde se tira o integral

$$z - z_1 = ce^{-u},\ u = \int [2y_0\,\theta\,(x) + \phi\,(x)]\,dx,$$

que, por ser

$$z = \frac{1}{y - y_0},\ z_1 = \frac{1}{y_1 - y_0},$$

dá

$$\frac{y - y_1}{y - y_0} = c\,(y_0 - y_1)\,e^{-u}.$$

Por meio d'esta formula a integração da equação de Riccati fica dependente de uma quadratura.

4.ª — Supponhamos finalmente que se conhece um terceiro integral particular $y = y_2$ da proposta. Temos, como no caso anterior,

$$\frac{y - y_2}{y - y_0} = c'\,(y_0 - y_2)\,e^{-u},$$

e dividindo esta equação pela anterior membro a membro

$$\frac{y - y_2}{y - y_1} = C\,\frac{y_2 - y_0}{y_1 - y_0}.$$

B) Vamos agora considerar, seguindo Boole (*), um caso

(*) *Boole:—An Treatise on differential équations, London*, 1887, pag. 91.

particular da equação de Riccati em que a sua integração se póde realisar completamente.

Seja proposta a equação

$$\frac{dy}{dx} = cx^{n-1} + \frac{a}{x}\,y + \frac{b}{x}\,y^2$$

onde a, b, c representam quantidades constantes.

Se é $n = 2a$, substituindo a variavel y por outra z ligada com a primeira pela relação $y = x^a z$, transforma-se a equação precedente na seguinte:

$$\frac{dz}{ax} = (bz^2 + c)\,x^{a-1},$$

que é integravel por separação de variaveis.

Se n não é igual a $2a$, pondo $y = \frac{x^n}{y_1} - \frac{a}{b}$, transforma-se a proposta na seguinte:

$$\frac{dy_1}{dx} = -bx^{n-1} + \frac{n+a}{x}\,y_1 - \frac{c}{x}\,y_1^2,$$

cujos coefficientes differem dos da proposta pela troca e mudança de signal de b e c, e pela mudança de a em $n + a$.

Pondo n'esta equação $y_1 = \frac{x^n}{y_2} + \frac{n+a}{c}$, obtem-se a equação

$$\frac{dy_2}{dx} = cx^{n-1} + \frac{2n+a}{x}\,y_2 + \frac{b}{x}\,y_2^2,$$

cujos coefficientes differem dos da proposta pela mudança de a em $a + 2n$.

Continuando do mesmo módo, chega-se a uma equação da fórma

$$\frac{dy_i}{dx} = cx^{n-1} + \frac{in+a}{x}\,y_i + \frac{b}{x}\,y_i^2,$$

quando i é par; ou a uma equação da fórma

$$\frac{dy_i}{dx} = -bx^{n-1} + \frac{in+a}{x} y_i - \frac{c}{x} y_i^2$$

quando i é impar. Quando é $n = 2(in + a)$, isto é quando $\frac{n-2a}{2n}$ é igual a um inteiro positivo, a equação de Riccati a que se chega pela série de transformações precedentes, está nas condições primeiramente indicadas, e portanto, para a integrar, basta substituir a variavel y_i por outra z ligada com a primeira pela relação $y_i = x^{in+a} z$.

Ha ainda outro caso em que se sabe integrar a equação de Riccati. Pondo na proposta $y = \frac{x^n}{z}$, vem a equação

$$\frac{dz}{dx} = -bx^{n-1} + \frac{n-a}{x} z - \frac{c}{x} z^2,$$

a que se póde applicar o methodo anterior, e reduzil-a por substituições successivas a uma equação integravel, quando $\frac{2a-n}{2n}$ é igual a um numero inteiro positivo.

VIII — Consideremos finalmente a equação

$$(1) \quad \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}} + \frac{dy}{\sqrt{(1-y^2)(1-k^2y^2)}} = 0,$$

ou, dando-lhe a fórma trigonometrica (n.° 14) por meio das relações $x = \text{sen}\,\varphi$, $y = \text{sen}\,\phi$,

$$\frac{d\varphi}{\Delta\varphi} + \frac{d\phi}{\Delta\phi} = 0,$$

onde

$$\Delta\varphi = \sqrt{1 - k^2\,\text{sen}^2\varphi}\,; \quad \Delta\phi = \sqrt{1 - k^2\,\text{sen}^2\phi}\,.$$

A integração d'esta equação conduz aos theoremas III e IV do n.° 14, como vamos vêr.

Temos primeiramente

$$\int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{\Delta\varphi} + \int_0^{\phi} \frac{d\phi}{\Delta\phi} = c,$$

ou, determinando a constante c pela condição de a $\varphi = 0$ corresponder $\psi = \theta$,

$$\int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{\Delta\varphi} + \int_0^{\psi} \frac{d\psi}{\Delta\psi} = \int_0^{\theta} \frac{d\theta}{\Delta\theta},$$

ou, empregando a notação do n.° 14,

$$F(k, \varphi) + F(k, \psi) = F(k, \theta). \tag{1}$$

Temos assim o integral da equação proposta expresso por meio de transcendentes ellipticas.

Mostrou porém Euler que o mesmo integral póde ser expresso por meio de funcções elementares. E' o que vamos demonstrar por um methodo devido o Lagrange (*).

Pondo

$$\frac{d\varphi}{\Delta\varphi} = -\frac{d\psi}{\Delta\psi} = du$$

temos

$$\left(\frac{d\varphi}{du}\right)^2 = (\Delta\varphi^2), \left(\frac{d\psi}{du}\right)^2 = (\Delta\psi)^2$$

e, derivando relativamente a u,

$$2\frac{d^2\varphi}{du^2} = -k^2 \operatorname{sen} 2\varphi,\ 2\frac{d^2\psi}{du^2} = -k^2 \operatorname{sen} 2\psi.$$

D'estas equações tira-se, sommando-as e pondo $\varphi + \psi = p$, $\varphi - \psi = q$,

$$\frac{d^2p}{du^2} = -\frac{1}{2}k^2[\operatorname{sen}(p+q) + \operatorname{sen}(p-q)] = -k^2 \operatorname{sen} p \cos q,$$

e, subtrahindo-as,

$$\frac{d^2q}{du^2} = -k^2 \cos p \operatorname{sen} q.$$

Mas de

(*) *Lagrange: Oeuvres*, tomo II, pag. 5.

$$\frac{dp}{du} = \Delta\varphi - \Delta\phi, \quad \frac{dq}{du} = \Delta\varphi + \Delta\phi$$

resulta

$$\frac{dp}{du} \cdot \frac{dq}{du} = (\Delta\varphi)^2 - (\Delta\phi)^2 = -k^2 (\operatorname{sen}^2 \varphi - \operatorname{sen}^2 \phi)$$

$$= -k^2 \operatorname{sen} (\varphi + \phi) \operatorname{sen} (\varphi - \phi) = -k^2 \operatorname{sen} p \operatorname{sen} q;$$

logo

$$\frac{\frac{d^2p}{du^2}}{\frac{dp}{du}} = \frac{\cos q \frac{dq}{du}}{\operatorname{sen} q},$$

ou, integrando,

$$\log \frac{dp}{du} = \log A + \log \operatorname{sen} q,$$

ou

$$\frac{dp}{du} = A \operatorname{sen} q,$$

onde A representa uma constante arbitraria.

Do mesmo módo se acha

$$\frac{dq}{du} = B \operatorname{sen} p,$$

onde B representa uma constante arbitraria.

D'estas equações tira-se, eliminando du,

$$A \operatorname{sen} q dq = B \operatorname{sen} p dp,$$

ou, integrando,

$$A \cos q - B \cos p + C = 0,$$

onde C representa uma constante arbitraria.

Para determinar as constantes A, B, C, notemos que deve ser $\psi = \delta$ quando é $\varphi = 0$; e portanto a ultima equação e as equações

$$A \operatorname{sen}(\varphi - \psi) = \Delta\varphi - \Delta\psi,\ B \operatorname{sen}(\varphi + \psi) = \Delta\varphi + \Delta\psi$$

dão, pondo $\varphi = 0$,

$$A = \frac{\Delta\delta - 1}{\operatorname{sen}\delta},\ B = \frac{\Delta\delta + 1}{\operatorname{sen}\delta},\ C = (B - A)\cos\delta = \frac{2\cos\delta}{\operatorname{sen}\delta}.$$

Temos pois

$$-(\cos q + \cos p) + 2\cos\delta + \Delta\delta\,(\cos q - \cos p) = 0,$$

d'onde resulta

$$\cos\delta = \cos\varphi\cos\psi - \operatorname{sen}\varphi\operatorname{sen}\psi\,\Delta\delta.$$

Esta equação é o integral geral da proposta, onde δ representa a constante arbitraria.

Quando tiver logar a relação (1) tem tambem logar esta relação, o que demonstra o theorema III do n.° 14.

O theorema IV do n.° 14 tira-se facilmente do theorema anterior, como fez Legendre. Com effeito, pondo

$$S = E(k, \varphi) + E(k, \psi),$$

temos a igualdade (n.° 14)

$$dS = \Delta\varphi\,d\varphi + \Delta\psi\,d\psi$$

que, sommando com

$$\Delta\psi\,d\varphi + \Delta\varphi\,d\psi = 0,$$

dá

$$dS = (\Delta\varphi + \Delta\psi)(d\varphi + d\psi) = B\operatorname{sen}p\,dp,$$

onde B tem o valor achado anteriormente.

Temos pois

$$S = -B\cos p + C$$

ou

$$E(k, \varphi) + E(k, \psi) = -B \cos(\varphi + \psi) + C.$$

Para determinar C ponha-se $\varphi = 0$, $\psi = \delta$ o que dá

$$E(k, \delta) = -B \cos \delta + C.$$

Logo será

$$E(k, \varphi) + E(k, \psi) - E(k, \delta) = -B[\cos(\varphi + \psi) - \cos \delta]$$

$$= \frac{\Delta\delta + 1}{\operatorname{sen} \delta} \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \psi (1 - \Delta\delta) = k^2 \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \psi \operatorname{sen} \delta,$$

que é o que se queria demonstrar.

58.—Temos considerado até aqui equações, em que a derivada $\frac{dy}{dx}$ entra no primeiro grão. As equações em que esta derivada entra n'um grão superior ao primeiro, reduzem-se ao caso anterior, resolvendo-as relativamente a $\frac{dy}{dx}$, quando isso é possivel. Ha casos porém em que a integração se póde fazer sem esta operação. Um processo que muitas vezes se emprega para este fim consiste em derivar a equação proposta $f(x, y, y') = 0$ relativamente a x, o que dá

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} y' + \frac{\partial f}{\partial y'} \frac{dy'}{dx} = 0;$$

eliminar em seguida n'esta equação x e dx ou y e dy por meio da proposta e de $dy = y' dx$, o que leva a uma equação em que entram só as variaveis x e y' ou y e y'; e procurar depois uma solução d'esta equação, differente da equação proposta. Eliminando y' entre esta solução e a equação proposta obtem-se o integral pedido. Vamos fazer applicação d'este processo a dous casos importantes.

I — Seja

$$y = \varphi(y') x + \psi(y')$$

a equação que se quer integrar. Derivando-a relativamente a x, vem

$$[\varphi'(y')\,x + \psi'(y')]\,\frac{dy'}{dx} = y' - \varphi(y'),$$

ou, quando $y' - \varphi(y')$ é differente de zero,

$$\frac{dx}{dy'} - \frac{\varphi'(y')}{y' - \varphi(y')}\,x - \frac{\psi'(y')}{y' - \varphi(y')} = 0,$$

isto é, uma equação linear, onde x é a variavel dependente e y' a variavel independente, que se integra pelo methodo do n.º 57—III, e dá um resultado da fórma

$$x = F(y', c).$$

Eliminando depois y' entre esta equação e a proposta obtem-se o integral pedido.

Reduz-se ao caso anterior a integração das equações da fórma

$$f(y, y') = 0,$$

que se podem resolver relativamente a y. Temos n'este caso, pondo $\varphi(y') = 0$,

$$\frac{dx}{dy'} = \frac{\psi'(y)}{y'},$$

o que dá

$$x = \int \frac{\psi'(y')}{y'}\,dy' + c.$$

Para achar o integral da proposta basta eliminar y' entre esta equação e a equação

$$f(y, y') = 0.$$

II—Consideremos em segundo logar o caso em que a proposta é da fórma

$$f(x, y') = 0,$$

e se póde resolver relativamente a x. Temos então

$$x = \psi(y').$$

Derivando esta equação relativamente a x e eliminando em seguida dx por meio da relação

$$dy = y' \, dx,$$

vem

$$\frac{dy}{dy'} = y' \, \psi' (y'),$$

d'onde se tira

$$y = \int y' \, \psi' (y') \, dy' + c.$$

Eliminando depois y' entre esta equação e $f(x, y') = 0$, obtem-se o integral pedido.

III — *Equação de Clairaut.* — Consideremos finalmente a equação

$$y = y'x + \phi (y'),$$

integrada pela primeira vez por Clairaut, a qual corresponde ao caso de excepção mencionado anteriormente.

Derivando-a relativamente a x, vem a equação

$$\frac{dy'}{dx} [x + \psi' (y')] = 0,$$

que se parte nas duas

$$\frac{dy'}{dx} = 0, \; x + \psi' (y') = 0.$$

A primeira dá $y' = c$, e portanto o integral geral da proposta é

$$y = cx + \phi (c).$$

A segunda leva, pela eliminação de y' entre ella e a proposta, a outra solução da proposta. Para vêr que esta solução é singular, basta notar que o integral geral dando para y' um valor constante e a equação $x + \psi' (y') = 0$ dando para y

uma funcção de x, as duas funcções y correspondentes são differentes.

III

Integração das equações differenciaes totaes com tres variaveis

59. — Integrar a equação differencial

$$Pdx + Qdy + Rdz = 0, \tag{1}$$

onde P, Q e R são funcções de x, y, z, e onde suppomos z a variavel dependente e x e y as variaveis independentes, é procurar as equações da fórma $f(x, y, z) = 0$, que determinem z como funcção de x e y que satisfaça ás equações

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{P}{R}, \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{Q}{R}. \tag{2}$$

Da identidade

$$\frac{\partial \frac{P}{R}}{\partial y} = \frac{\partial \frac{Q}{R}}{\partial x},$$

que dá

$$R\left(\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial P}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial y}\right) - P\left(\frac{\partial R}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial y}\right)$$
$$= R\left(\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial x}\right) - Q\left(\frac{\partial R}{\partial x} + \frac{\partial R}{\partial z}\frac{\partial x}{\partial x}\right),$$

conclue-se, eliminando $\frac{\partial z}{\partial x}$ e $\frac{\partial z}{\partial y}$, que é condição necessaria, pa-

ra que o problema proposto tenha solução, que P, Q e R satisfaçam á condição

$$(3)\quad P\left(\frac{\partial Q}{\partial z}-\frac{\partial R}{\partial y}\right)+Q\left(\frac{\partial R}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial z}\right)+R\left(\frac{\partial P}{\partial y}-\frac{\partial Q}{\partial x}\right)=0.$$

Vejamos agora como se integra a equação proposta quando esta condição se verifica.

Integremos a primeira das equações (2), isto é a equação

$$Pdx+Rdz=0,$$

o que dá

$$(4)\qquad F(x, y, z)=\varphi(y),$$

$\varphi(y)$ representando uma funcção arbitraria de y, que representa o papel da constante arbitraria, visto que se considerou n'esta integração y como constante.

Derivando em seguida esta equação relativamente a y, vem

$$\frac{\partial F}{\partial y}+\frac{\partial F}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{d\varphi(y)}{dy};$$

e portanto a segunda das equações (2) transforma-se na equação

$$(5)\qquad \frac{\partial F}{\partial y}-\frac{\partial F}{\partial z}\frac{Q}{R}=\frac{d\varphi(y)}{dy},$$

onde se deve eliminar z por meio de (4). Se a resultante d'esta eliminação não contivér x, é uma equação a duas variaveis y e $\varphi(y)$ de primeira ordem, por meio da qual se determina o valor de $\varphi(y)$ que se deve substituir em (4). O resultado d'esta substituição satisfaz ás duas equações (2) e representa porisso o integral pedido.

Mostremos agora que a resultante da eliminação de z em (5) por meio de (4) não contém x, quando a condição (3) é satisfeita.

Para isso, notemos primeiramente que, chamando u o factor que torna $Pdx+Rdz$ differencial exacta, temos

(6) $$\frac{\partial F}{\partial x} = uP, \quad \frac{\partial F}{\partial z} = uR,$$

o que transforma o primeiro membro de (5), que representaremos por K, em

$$K = \frac{\partial F}{\partial y} - uQ;$$

e em seguida que é condição sufficiente para que esta quantidade não contenha x, que a sua derivada relativamente a x seja nulla, quando se elimina z por meio da equação $F(x, y, z) = \varphi(y)$, isto é, que seja

$$\frac{\partial K}{\partial x} + \frac{\partial K}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial x} = 0,$$

ou, attendendo á primeira das equações (2),

(7) $$R\frac{\partial K}{\partial x} - P\frac{\partial K}{\partial z} = 0.$$

Temos porém, em virtude das formulas (6),

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x\,\partial y} = \frac{\partial (uP)}{\partial y}, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial z\,\partial y} = \frac{\partial (uR)}{\partial y};$$

logo

$$\frac{\partial K}{\partial x} = \frac{\partial (uP)}{\partial y} - \frac{\partial (uQ)}{\partial x}$$

$$\frac{\partial K}{\partial z} = \frac{\partial (uR)}{\partial y} - \frac{\partial (uQ)}{\partial z}.$$

Substituindo estes dous valores na equação (7) e attendendo a que das equações (6) resulta a identidade

$$\frac{\partial (uP)}{\partial z} - \frac{\partial (uR)}{\partial x} = 0,$$

obtem-se a equação

$$P\left[\frac{\partial(uQ)}{\partial z} - \frac{\partial(uR)}{\partial y}\right] - Q\left[\frac{\partial(uP)}{\partial z} - \frac{\partial(uR)}{\partial x}\right]$$

$$+ R\left[\frac{\partial(uP)}{\partial y} - \frac{\partial(uQ)}{\partial x}\right] = 0,$$

que, feitas as differenciações, dá a equação da condição (3). Logo o primeiro membro de (5) é independente de x quando tem logar a condição (3).

EXEMPLO — A equação

$$\frac{xdx}{x^2+y^2+z^2} + \frac{ydy}{x^2+y^2+z^2} + \frac{zdz}{x^2+y^2+z^2} = 0$$

equivale ás seguintes

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{x}{z}, \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{y}{z}.$$

A primeira dá

$$z^2 + x^2 = \varphi(y),$$

e em seguida a equação (5) dá

$$-2y = \frac{d\varphi(y)}{dy},$$

d'onde resulta

$$\varphi(y) = -y^2 + c.$$

O integral da equação proposta é pois

$$x^2 + y^2 + z^2 = c,$$

como se podia vêr immediatamente.

INDICE

Pag.

I Organisação:

Pessoal da Academia 7
Lentes jubilados 12
Cadeiras 13
Plano dos estudos dos diversos cursos 17
Condições da admissão dos alumnos 26
Dias e horas das aulas e dos exercicios 26
Livros que servem de texto 28
Estabelecimentos da Academia. 30

II Programmas. 33

III Estatistica:

Lista alphabetica dos alumnos 59
Quadro estatistico dos alumnos segundo a sua naturalidade . . . 73
Quadro do exercicio dos cursos 77
Alumnos premiados e distinctos 78
Classificação dos alumnos que terminaram o 3.º anno d'engenheria . 80
Mappa estatistico do movimento academico 80
Designação dos alumnos que tiraram carta de capacidade 81

IV Biographia:

Elogio historico de José Victorino Damasio, lente da Academia Polytechnica do Porto, por J. F. Nery Delgado 85

V Legislação:

Portaria de 31 de janeiro de 1890 sobre o regulamento dos exames de habilitação 119
Decreto de 6 de fevereiro de 1890, transferindo o lente da 11.ª cadeira para a 10.ª cadeira, e promovendo o lente substituto da secção de philosophia 127
Decreto de 27 de fevereiro de 1890, alterando, modificando e substituindo varias disposições do Regulamento 128
Indice remissivo da legislação academica e dos documentos referentes particularmente á academia, publicados nos annuarios anteriores 131

Relatorio e propostas apresentadas em sessão annual de 1889 do Conselho Superior d'Instrucção Publica pelo delegado da Academia Polytechnica do Porto J. A. Albuquerque, lente proprietario da 3.ª cadeira.

SECÇÃO SCIENTIFICA: *Fragmentos de um curso d'analyse infinitesimal*, por F. Gomes Teixeira—VI (Calculo integral).

TYPOGRAPHIA OCCIDENTAL DE COSTA CARREGAL
RUA DA FABRICA, 66 — PORTO

CURSO

DE

ANALYSE INFINITESIMAL

POR

F. GOMES TEIXEIRA

PROFESSOR DA ACADEMIA POLYTECHNICA DO PORTO, ANTIGO PROFESSOR NA UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Tomo I: Calculo differencial; Porto, 1890 2$500

(Premiado pela Academia Real das Sciencias de Lisboa com o premio instituido por El-Rei D. Luiz I).

Tomo II: Calculo integral (Primeira parte); Porto, 1889 . . . . . 2$500

Tomo III: Calculo integral (Segunda parte); no prélo.

Vende-se cada tomo separadamente e envia-se pelo correio (franco de porte).